

1. Introduction

L'étude des déformations de l'écorce terrestre nécessite généralement la mise en place de réseaux de points géodésiques pour l'observation des mouvements du sol au cours du temps. La précision des produits issus de la géodésie spatiale (plus particulièrement le GPS), d'ordre millimétrique, fait de ceux-ci des outils efficaces pour détecter et évaluer ces déformations. On s'intéresse ici à cartographier les régions géologiquement actives, comme par exemple celles situées à la frontière de plaques tectoniques, ou entourant des failles. Les outils développés pour cette étude seront toutefois utilisables dans de nombreux autres cas (glissements de terrain, déformations d'ouvrages d'art, zones volcaniques, etc.).

Nous disposons de mesures géodésiques, sur un nombre fini de points, sous la forme d'un champ de vecteurs de déplacements calculés entre deux époques différentes. Nous cherchons, dans un premier temps, à évaluer et représenter ces déformations à l'aide de tenseurs régulièrement répartis car un champ de tenseurs est indépendant de tout système de référence. Dans un deuxième temps nous cherchons à représenter le degré de significativité des tenseurs obtenus. Pour cela, nous avons mis au point une représentation cartographique intuitive, directe et continue de ces tenseurs, puis une représentation de leur degré de significativité sur la même carte. L'objectif est ainsi de rendre l'interprétation géophysique aussi facile que possible pour le non-spécialiste.

2. Données

En pratique, les jeux de données sont formés d'un ensemble de vitesses de points réparties d'une façon irrégulière sur la zone d'intérêt. Afin de disposer de valeurs sur une grille régulière, on procède d'abord à une interpolation de ces vecteurs vitesses, le pas de la grille étant choisi en fonction de la distance minimale entre les points d'observation pour éviter tout phénomène de repliement. En effet, le respect du théorème de Nyquist-Shannon nécessite que, pour une solution sur toute la zone, on applique un filtrage spatial des données. Par exemple, on filtre à un pas de 2° pour choisir une maille de 1° . La méthode a été testée sur la faille de San Andrés, très bien documentée, avec une maille de 0.2° (on filtre donc à 0.4°) comme sur la Figure 1.

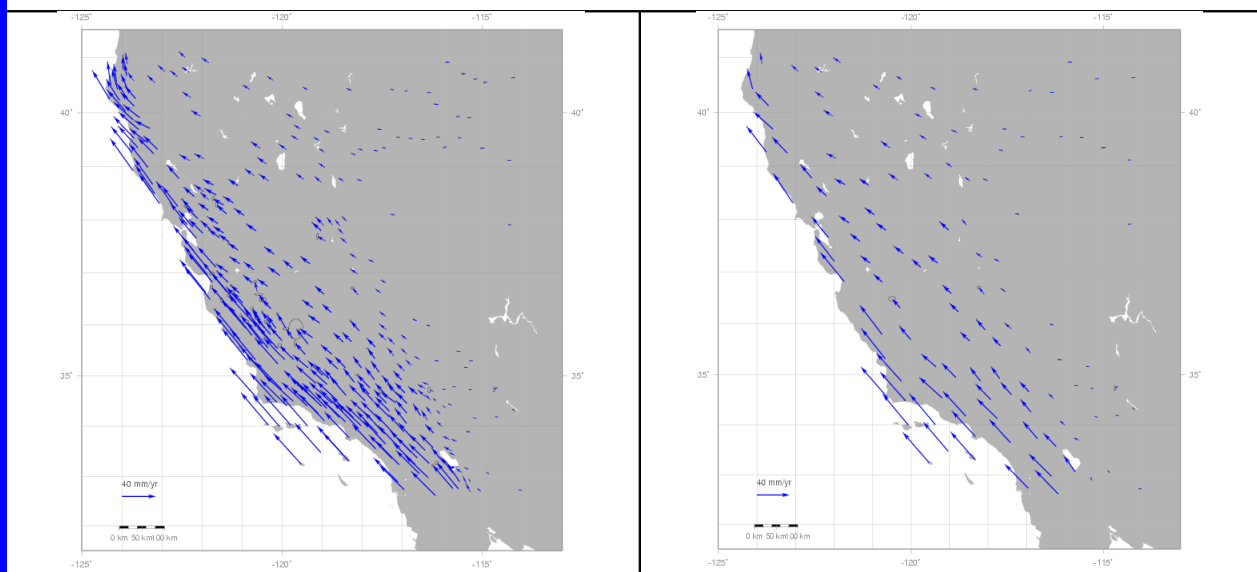


Fig. 1. Champ de vitesses estimé entre 2004 et 2009 sur la faille de San Andrés en Californie. À gauche le champ initial, à droite le champ filtré à 0.4° (Source des données : <http://pboweb.unavco.org>).

3. Interpolation et calcul de tenseurs

On interpole les vecteurs vitesses sur une grille de pas 0.2° en latitude et en longitude. On utilise une interpolation bi cubique (splines) à l'intérieur de l'enveloppe convexe des sites de mesures, et on choisit la méthode du plus proche voisin pour extrapoler au-delà de cette enveloppe.

On connaît maintenant les vecteurs aux sommets de chaque maille de la grille, le calcul des tenseurs de déformation utilisant la méthode des éléments finis (Pagarete et al., 1990 ; Welsch, 1983) peut donc être réalisé. Pour des déformations infinitésimales, la variation relative de longueur de chaque côté d_k de la case c , s'écrit (Welsch, 1983) :

$$u_{ck} = \Delta d_{ck} / d_{ck} = \varepsilon_{c,xx} \sin^2 G_{ck} + 2\varepsilon_{c,xy} \sin G_{ck} \cos G_{ck} + \varepsilon_{c,yy} \cos^2 G_{ck} \quad (1)$$

où $\varepsilon_{c,xx}$, $\varepsilon_{c,yy}$ sont les composantes du tenseur de déformation suivant les axes x et y , $\varepsilon_{c,xy}$ est la composante cisailante, et G_{ck} , d_{ck} , Δd_{ck} sont respectivement le gisement, la longueur et la variation de longueur du côté k dans la maille c .

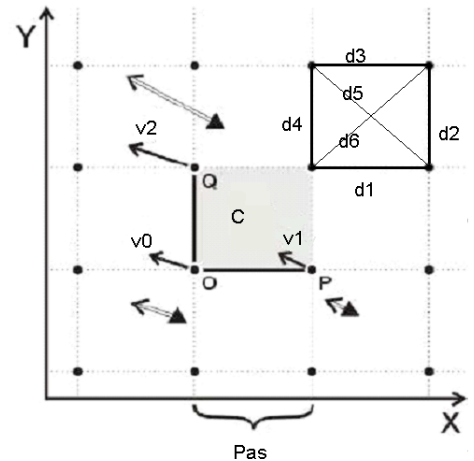


Fig. 2. Calcul de tenseur de déformation à l'intérieur de la maille C.

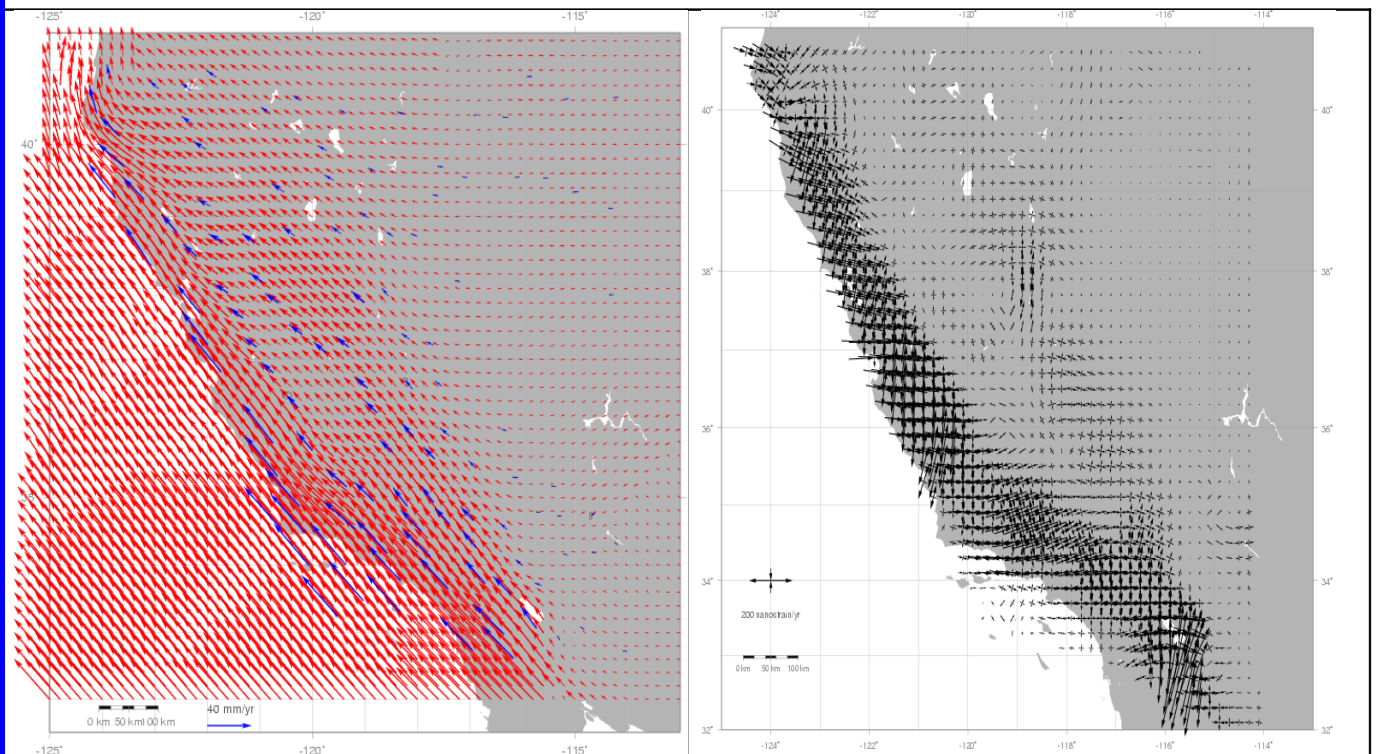


Fig. 3. Vecteurs vitesses interpolés aux nœuds d'une grille de pas 0.2° en latitude et longitude (à gauche) ; représentation classique des tenseurs de déformation sur la même grille, où un tenseur est représenté par ses axes principaux (à droite).

On applique cette équation sur les côtés et les diagonales de chaque carré c de la grille, comme sur la Figure 2, puis on résout le système linéaire qui en résulte par moindres carrés. Les composantes de tenseur $\varepsilon_{c,xx}$, $\varepsilon_{c,yy}$ et $\varepsilon_{c,xy}$ sont maintenant connues. La représentation de ces tenseurs nécessite le calcul des composantes principales e_1 et e_2 :

$$e_1 = \frac{\Delta + \gamma}{2}, \quad e_2 = \frac{\Delta - \gamma}{2} \quad (2)$$

avec : $\Delta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}$, et $\gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$ où : $\gamma_1 = \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}$, $\gamma_2 = 2\varepsilon_{xy}$.

Les gisements de e_1 et e_2 sont obtenus par : $\theta_1 = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{-\gamma_2}{\gamma_1}\right)$, $\theta_2 = \theta_1 + 90^\circ$ (3)

La représentation classique repose sur la représentation du tenseur par ses composantes principales e_1 et e_2 , orientées selon leurs gisements comme on le remarque sur la Figure 3.

4. Nouvelle représentation des tenseurs

La nouvelle représentation cartographique proposée (voir Figure 4, à gauche) montre la partie isotrope qui caractérise la dilatation ou la compression (demi-somme des deux composantes principales), et la partie cisillante (leur demi-différence).

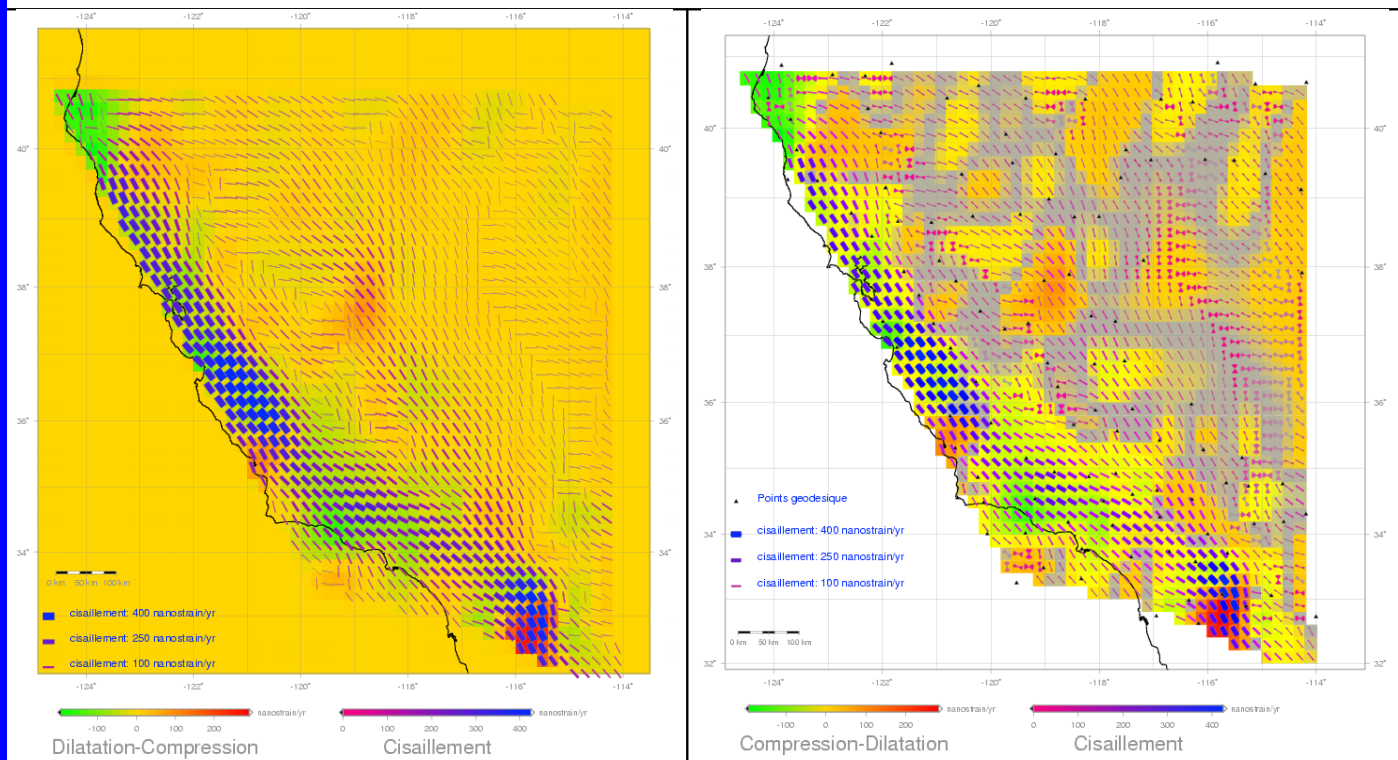


Fig. 4. Nouvelle représentation des tenseurs de déformation sur la faille de San Andrés (à gauche) ; représentation simultanée de tenseurs avec leurs degrés de significativité (à droite).

Cette représentation cartographique intuitive des tenseurs (voir Figure 5) est donc la suivante :

- Pour la composante isotrope de déformation, une échelle de couleur est appliquée dans chaque case de la grille. L'échelle choisie va du rouge, qui représente la dilatation, jusqu'au vert qui représente la compression en passant par le jaune qui représente la valeur zéro de cette composante.
- Pour la composante de cisaillement, on choisit une barre dans chaque case de la grille, de longueur fixe. Sa largeur ainsi que son échelle de couleur varient avec son module, allant du magenta (cisaillement nul) jusqu'au bleu (cisaillement maximum).
- Pour l'orientation du cisaillement maximum (calculée à 45° des axes principaux de tenseur) on utilise l'azimut de la barre.

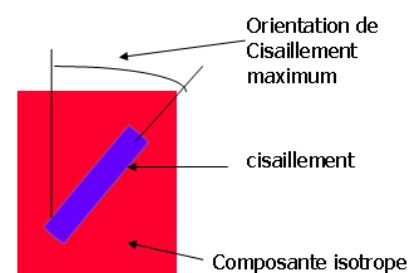


Fig. 5. Représentation de tenseur dans une case.

5. Représentation du degré de significativité

Le calcul des barres d'erreur sur les composantes des tenseurs est effectué en utilisant la méthode statistique de Monte-Carlo. On utilise la variation de gris de la couleur employée à l'intérieur de la case et sur le trait pour représenter le degré de significativité de la partie isotrope et de la partie cisailante respectivement. L'angle d'ouverture de l'éventail représente l'erreur sur la détermination de la direction de cisaillement maximum, comme le montre la Figure 6.

Plus précisément, nous avons calculé le degré de significativité des deux parties (isotrope et cisaillement) en comparant ces quantités avec leurs barres d'erreurs (calculées avec la méthode de Monte-Carlo), avec le choix empirique suivant : si la quantité est égale à son incertitude, elle est affectée d'une significativité de 10%, si elle est deux fois plus grande, de 50%, et si elle est trois fois plus grande, de 99%. Ensuite ce degré de significativité est représenté par un dégradé de couleurs et de gris, tant pour la couleur utilisée pour la partie isotrope que pour celle représentant la partie cisaillement (Figure 6).

Degré de significativité de 0% → gris uniforme.

Degré de significativité de 10% → 10% de gris et 90% de couleur.

Degré de significativité de 50% → 50% de gris et 50% de couleur.

Degré de significativité de 99% → 1% de gris et 99% de couleur.

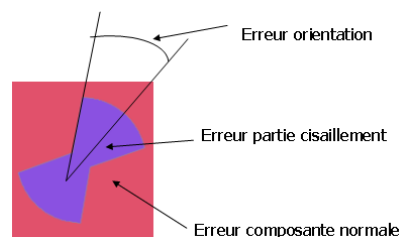


Fig. 6. Représentation du degré de significativité du tenseur dans une maille.

6. Discussion

On remarque plusieurs zones sur la nouvelle représentation (voir Figure 4, à droite) : des zones où les déformations sont importantes et significatives (couleurs bien visibles), des zones avec des petites déformations mais jugées néanmoins significatives et des zones où les déformations ne le sont pas (les couleurs sont grisées, ou proches du gris). Ces zones ont des déformations proches de zéro et leurs incertitudes sont plus importantes que leurs valeurs numériques. Cette représentation fait actuellement l'objet d'une enquête cartographique pour la faire évaluer par des géophysiciens. Les résultats permettront de choisir la nouvelle représentation des tenseurs qui facilite au mieux l'interprétation de phénomènes qui se sont produits dans la région d'étude.

Pour en savoir plus ...

Eissa, L., M. Kasser (2009) Vers une nouvelle représentation des déformations horizontales de la croûte terrestre et de leurs erreurs avec un champ régulier de tenseurs. *XYZ*, n. 121.

Pagarete, J., M. Kasser, J.-C. Ruegg (1990) Évaluation et représentation des erreurs sur les déformations d'un réseau géodésique : utilisation de la méthode de Monte-Carlo. *Bulletin géodésique*, vol. 64, p. 63-72.

Welsch, W. (1983) Finite element analysis of strain patterns from geodetic observations across a plate margin. *Tectonophysics*, vol. 97, p. 57-71.