

APPAREILS ÉLECTRONIQUES DE MESURES DE DISTANCES

Michel KASSER

1985

LES APPAREILS ÉLECTRONIQUES DE MESURES DE DISTANCES

I - Généralités

- I-1) Historique
- I-2) Propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère
 - I-2-1) Transmission
 - I-2-2) Réflexion sur une surface
 - I-2-3) Directivité d'une antenne

II - Les mesures par différence de phase

II-1) La mesure du temps de propagation d'une onde électromagnétique par différence de phase

II-1-1) Introduction

- II-1-1-1) Pourquoi une mesure par différence de phase?
- II-1-1-2) Principe général de fonctionnement des stadimètres électroniques
 - II-1-1-2-1) Oscillateur
 - II-1-1-2-2) Détection
 - II-1-1-2-3) Phasemètre

II-1-2) Stadimètres électroniques à ondes lumineuses

- II-1-2-1) Appareils à courte portée (< 15 km et généralement < 3 km)
- II-1-2-2) Les appareils à longue portée
- II-1-2-3) Étude des dispositifs réflecteurs

II-1-3) Stadimètres électroniques à ondes centimétriques

II-2) La mesure et le calcul de la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique

II-2-1) Formules fondamentales

- II-2-1-1) Vitesse de la lumière dans le vide
- II-2-1-2) La vitesse de la lumière c dans un milieu matériel
- II-2-1-3) Mesure des paramètres P_a , P_v et T

II-2-2) Réfraction atmosphérique – Trajectoire d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère

II-3) Précision des mesures

II-3-1) Erreurs liées à la vitesse de l'onde électromagnétique

- II-3-1-1) Ondes lumineuses
- II-3-1-2) Ondes centimétriques
- II-3-1-3) Intérêts comparés de ces deux classes de stadimètres électroniques

II-3-2) Erreurs liées à la mesure du temps de propagation – Erreurs instrumentales

- II-3-2-1) Erreur proportionnelle
- II-3-2-2) Erreur cyclique
- II-3-2-3) Erreur de phase sur la diode émettrice pour les appareils à DEL AS-Ga
- II-3-2-4) Erreur constante
- II-3-2-5) Étalonnages des stadimètres électroniques

II-3-3) Précision des différents appareils

II-4) Les stadimètres électroniques de haute précision

- II-4-1) Les appareils à haute résolution
- II-4-2) Appareils à plusieurs longueurs d'onde

II-5) Les réductions des mesures de distances en topométrie

I - Généralités

I-1) Historique

Les stadimètres électroniques n'ont pas un quart de siècle, et cela ne fait guère dix ans qu'ils se sont réellement répandus pour compléter la gamme des mesures géodésiques, jusque là presque uniquement composées de mesures d'angles. Ainsi, dès le XVII^e siècle, à l'aurore de l'établissement des grands réseaux géodésiques, celui de France en premier d'ailleurs, a été mise au point la technique utilisée jusqu'à nos jours. Dans une chaîne de triangles où tous les angles sont mesurés avec précision, la mesure d'un seul des côtés de la figure permet de calculer tous les autres. Les mesures de distances étaient extrêmement longues et fastidieuses jusqu'à ces dernières décennies, et on était bien aise d'en avoir aussi peu à faire. La totalité d'un réseau géodésique comme celui de France était mis à l'échelle par seulement onze mesures de bases, de longueurs de l'ordre de 20 km. Une seule de ces mesures représentait six mois de travail pour un effectif considérable d'opérateurs, et le résultat était d'une précision comparable à ce qu'on obtient aujourd'hui en quelques heures de mesures avec un appareil à laser. Les premières mesures de bases se faisaient avec des règles en bois ou bien avec des assemblages bimétalliques. Depuis le début du siècle, le fil invar servait de façon systématique. Il s'agissait donc de mesures directes de longueurs.

Les premières mesures indirectes de longueurs exigeant la connaissance de la vitesse de la lumière datent de la deuxième guerre mondiale, lorsque les radars firent leur apparition. Par la suite, la même technique a été employée avec des lasers : une impulsion représentant une puissance instantanée gigantesque est envoyée sur une cible, celle-ci en réémet une petite partie vers l'émetteur; la distance est mesurée par l'intermédiaire du temps mis par l'onde pour faire l'aller-retour. Des portées considérables ont été atteintes (distance avec les autres planètes, au radar; avec la lune et des satellites artificiels, au laser). Mais ces techniques pulsées sont en général typiques d'applications où la cible n'est pas a priori coopérative (télémètres de chars, radars aériens) et où la précision requise n'est pas très sévère.

La généralisation de cette méthode à des mesures de haute résolution aurait sans doute pu voir le jour s'il n'y avait pas eu d'autres solutions. Mais il aurait été extrêmement difficile d'atteindre le $1/10^9$ de mm, qui aurait exigé de savoir mesurer à 10^{-12} s près! Et l'intérêt de techniques pulsées vient du fait que beaucoup de composants électroniques travaillent à puissance moyenne constante : avec un temps de repos long, la même énergie peut être libérée en très peu de temps, ce qui est capital lorsqu'on cherche des puissances instantanées très élevées (pour pouvoir se passer de répondeurs). Mais pour des techniques de haute précision, une cible non coopérative est absolument prohibée, puisqu'il faut bien définir avec précision où est géométriquement le point où se fait la réflexion de l'onde...

C'est en partie de ces considérations que sont venues les idées qui ont présidé aux essais de mesures en continu; on revient à une sorte de mesure directe de la longueur, mais en reportant autant de fois que nécessaire la longueur d'onde de modulation de l'appareil. Puis, on n'a plus qu'à mesurer la fraction de longueur d'onde résiduelle : le problème est déjà bien plus simple. Cela devient une simple mesure de déphasage.

Ce principe-là a rapidement donné d'excellents résultats. Ces appareils, difficilement acceptés par les géodésiens des années 60, deviennent d'un emploi aussi courant que les théodolites.

Mais avant d'étudier plus en détail ces appareils, voyons déjà dans quel environnement physique se présentent les ondes électro-magnétiques que nous savons synthétiser facilement.

I-2) Propagation des ondes électromagnétiques dans l'atmosphère

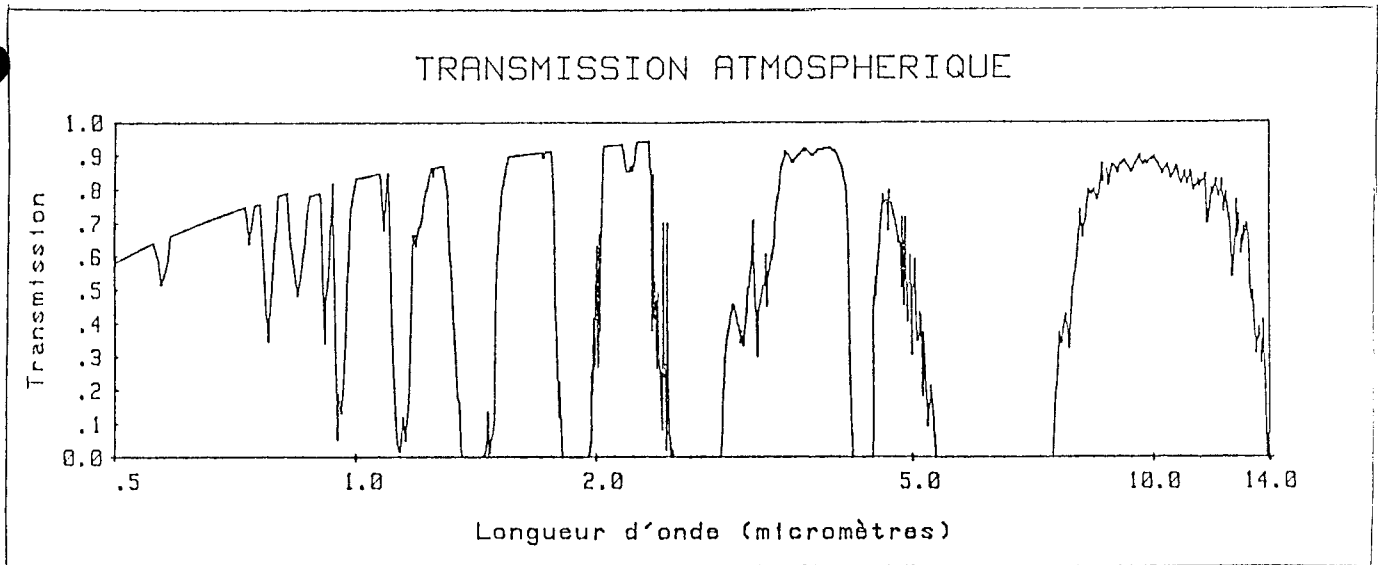
I-2-1) Transmission

Des très basses fréquences (10^3 Hz) jusqu'aux ondes lumineuses u.v. ($8 \cdot 10^{14}$ Hz), l'air est passablement bien transparent, à part quelques "accidents" dans l'infra-rouge. De nouveau, dans l'ultra-violet, l'absorption devient de plus en plus forte : l'atmosphère arrête ainsi la quasi-totalité des radiations ionisantes venues du ciel, et cela est déjà bien marqué en cette extrémité du spectre visible.

Voir la courbe donnant la transmission atmosphérique ci-contre.

I-2-2) Réflexion sur une surface

Pour qu'une surface relativement conductrice soit réfléchissante pour une longueur d'onde λ , il faut que sa rugosité, c'est-à-dire l'écart des divers points de la surface avec la surface moyenne, soit d'une valeur d'un ordre de grandeur comparable à λ . Ainsi, un verre dépoli fin est-il bien réfléchissant pour $\lambda = 10\mu$; et une mer même agitée est un miroir excellent pour $\lambda = 11$ m (bande des 27 MHz). il faut donc tenir compte de cet aspect des choses si nous cherchons à établir une liaison entre deux stations. Une prairie humide est un bon réflecteur pour toutes les ondes radio couramment utilisées, et de même un immeuble, une falaise, etc.



Distance : 1 km

Visibilité : 11 km

(d'après MM. Orszag et Franco)

I-2-3) Directivité d'une antenne

Il est une autre remarque du même type que la précédente et concernant le diagramme d'émission d'une antenne rayonnante; le diagramme est obtenu en reportant depuis un point au lieu d'émission un vecteur ayant une longueur proportionnelle à l'énergie rayonnée dans sa direction. La directivité de l'antenne est caractérisée par l'angle dans lequel la plus grande partie de cette puissance est dissipée.

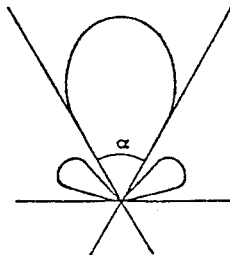


Diagramme d'émission d'une antenne avec un lobe principal d'angle α et deux lobes secondaires

Plus cet angle (α sur le schéma) est petit, plus l'antenne est directive, bien entendu. En général, une surface rayonnante sera d'autant plus directive que son aire sera importante, et pour avoir un lobe de quelques degrés, il faudra une surface émissive ayant des dimensions géométriques linéaires de quelques dizaines de λ .

Cette remarque s'applique aussi aux ondes lumineuses : plus la source (ensemble des points en phase) est étendue, moins la divergence est marquée, et par exemple, pour envoyer un rayon laser à grande distance, il sera très profitable de l'agrandir afin qu'il parte sous un diamètre le plus important possible (ainsi, pour tirer sur la Lune, avec un laser à rubis, on agrandit son faisceau à plus d'un mètre de diamètre).

La loi donnant α en fonction du diamètre l de l'antenne est donnée sensiblement par :

$$\alpha = \frac{\lambda}{l}$$

Ainsi, pour $\lambda = 10$ cm et $l = 60$ cm, $\alpha \approx 11$ grades.

II - Les mesures par différence de phase

II-1) La mesure du temps de propagation d'une onde électromagnétique par différence de phase

II-1-1) Introduction

II-1-1-1) Pourquoi une mesure par différence de phase?

Nous avons vu que les premières mesures électroniques des distances ont été obtenues par des méthodes pulsées n'exigeant pas de cibles coopératives (radar). Que ce soit sur des longueurs d'ondes centimétriques ou lumineuses (laser pulsés), ces méthodes impliquent un chronométrage du temps mis par le "paquet" d'ondes électromagnétiques pour faire l'aller-retour entre l'appareil et la cible. Ce qui suscite plusieurs difficultés :

- à l'émission, l'impulsion a un front de montée raide et bien défini. Il n'en est pas de même au retour, ceci étant lié en particulier aux inhomogénéités de l'atmosphère parcourue;

- et même si l'impulsion de retour a un front de montée suffisamment raide, il apparaît comme très délicat d'effectuer un comptage à mieux qu'une nanoseconde près ($10^{-9}s$). Dans des cas extrêmes bien sûr, on sait chronométrer avec jusqu'à près d'une picoseconde ($10^{-12}s$) de résolution; toutefois, cela pose de gros problèmes techniques et oblitère lourdement le prix d'un tel dispositif.

Or, une indécision sur le temps de 10^{-9} s implique une incertitude de 30 cm sur la distance mesurée, ce qui est généralement inacceptable en topométrie où l'on cherche le centimètre ou le millimètre, voire mieux encore. Les investigations ont donc porté sur des méthodes permettant cette résolution au prix d'une technologie relativement abordable, et c'est ainsi qu'ont été conçus les appareils à onde continue modulée à une fréquence f , le procédé de mesure consistant dès lors à comparer la phase de l'onde reçue à celle de l'onde émise, étant entendu que sur un trajet donné D , parcouru à l'aller et au retour et fixé pendant la période de mesure, ces deux phases considérées présentent entre elles un décalage absolument constant $\Delta\phi$, avec

$$\Delta\phi = 2\pi \cdot 2D \cdot f / c$$

c étant la vitesse de l'onde électromagnétique dans l'air traversé.

Bien sûr, la mesure de $\Delta\phi$ ne permet pas de calculer D puisque

$$2D = \frac{\Delta\phi}{2\omega} \cdot \frac{c}{f} + k \frac{c}{f}$$

où k est un entier a priori inconnu. Il faut avoir recours alors à plusieurs fréquences f_1, f_2, f_3, f_4 , permettant, grâce aux mesures $\Delta\phi_1, \Delta\phi_2, \Delta\phi_3, \Delta\phi_4$, de calculer ce k et donc la valeur précise de D .

Ce que nous avons vu précédemment nous a montré que pour obtenir une propagation en ligne droite et un lobe d'émission étroit, afin d'éviter les réflexions parasites sur les surfaces voisines du trajet prévu, sans pour autant mettre en œuvre une source de grandes dimensions, il fallait utiliser au moins des ondes centimétriques, voire des ondes lumineuses. En effet, un lobe d'émission large, outre les risques de réflexions parasites déjà mentionnés et très importants pour des trajectoires a priori au ras du sol, présente également l'inconvénient de ne pas autoriser à mesurer de longues distances. Ceci est dû à la perte d'énergie entraînée par une vaste surface irradiée par l'émetteur, puisque le récepteur, lui, ne collecte l'énergie que sur une zone fixe et nécessairement très réduite.

On pourrait dès lors envisager de faire cette mesure de phase directement sur l'onde électromagnétique émise, sans modulation par une autre fréquence.

L'inconvénient majeur de ce choix est la très grande difficulté qu'il y aurait à faire de la mesure de déphasage avec précision, et à maintenir constante la valeur de la fréquence (lorsque celle-ci justement est aussi élevée). Il est peu commode de dépasser quelques dizaines de mégahertz si l'on veut des résultats précis avec une électronique pas trop sophistiquée.

C'est pour cette raison que l'on est amené à combiner les propriétés intéressantes de ces deux gammes de fréquences par modulation; la porteuse est ainsi une onde centimétrique (bande X) ou une onde lumineuse, modulée (en intensité et en fréquence également pour les appareils à ondes centimétriques) à une fréquence beaucoup plus basse donnant une longueur d'onde de modulation classiquement de 10 ou 20 m. Ainsi, on réunit les qualités de propagation d'une très haute fréquence avec les qualités "métriques" d'une fréquence de 5 à 30 MHz permettant une électronique de conception facile.

Il faudra simplement ne pas oublier que le signal intéressant du point de vue métrologie est la modulation et non la porteuse, et aussi que la modulation transite avec une "vitesse de groupe" v_g différente et plus faible que la "vitesse de phase" v_ϕ de l'onde porteuse, ceci étant dû à la dispersion atmosphérique (ondes lumineuses).

$$v_g = v_\phi \left(1 + \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \right) = v_\phi \left(1 - \frac{\lambda}{v_\phi} \cdot \frac{dv_\phi}{d\lambda} \right)$$

λ étant la longueur d'onde de la porteuse; n (fonction décroissante de λ) est l'indice de réfraction du milieu considéré avec, c_0 étant la vitesse de la lumière dans le vide,

$$\frac{c_0}{v_\phi} = n$$

Et dans un milieu dispersif comme l'air, il faudra prendre en compte l'indice de groupe $n_g = c_0/v_g$:

$$n_g = n \left(1 - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right) \text{ puisque } n \approx 1$$

Nous allons maintenant donner une explication plus intuitive de ce phénomène. La vitesse de phase est la vitesse d'une onde électromagnétique donnée dans un certain milieu (pour nous, c'est l'air). Et nous savons que cette vitesse dépend de la fréquence de notre onde (elle est plus basse pour des fréquences plus élevées), puisque l'air est un milieu dispersif.

Le calcul montre, et c'est là un résultat de trigonométrie élémentaire, qu'un produit de deux fonctions sinusoidales (ici, d'une fréquence modulée par une autre) peut s'écrire sous la forme d'une somme d'autres fonctions sinusoidales. Ainsi, une onde de fréquence F modulée par une onde de fréquence f est-elle un produit de deux fonctions sinusoidales de fréquences F et f , et on peut l'écrire comme une somme de deux autres fonctions sinusoidales de fréquences $(F + f)$ et $(F - f)$. Si F est beaucoup plus élevée que f , ce qui est le cas pour nos appareils (où la porteuse est une très haute fréquence, et la modulation nettement moins élevée), ces deux fréquences "sommes" sont très voisines. Néanmoins, l'indice du milieu n'est pas absolument le même pour les deux, ce qui a pour effet de retarder l'une par rapport à l'autre.

Imaginons maintenant ces deux ondes, de vitesses légèrement différentes, qui s'additionnent en permanence. On concevra aisément que le signal ainsi représenté prenne un certain retard, uniquement à cause de la différence de vitesse entre les deux ondes génératrices. D'où la correction que l'on doit apporter à l'indice du milieu, due à la modulation de la porteuse par une fréquence beaucoup plus basse :

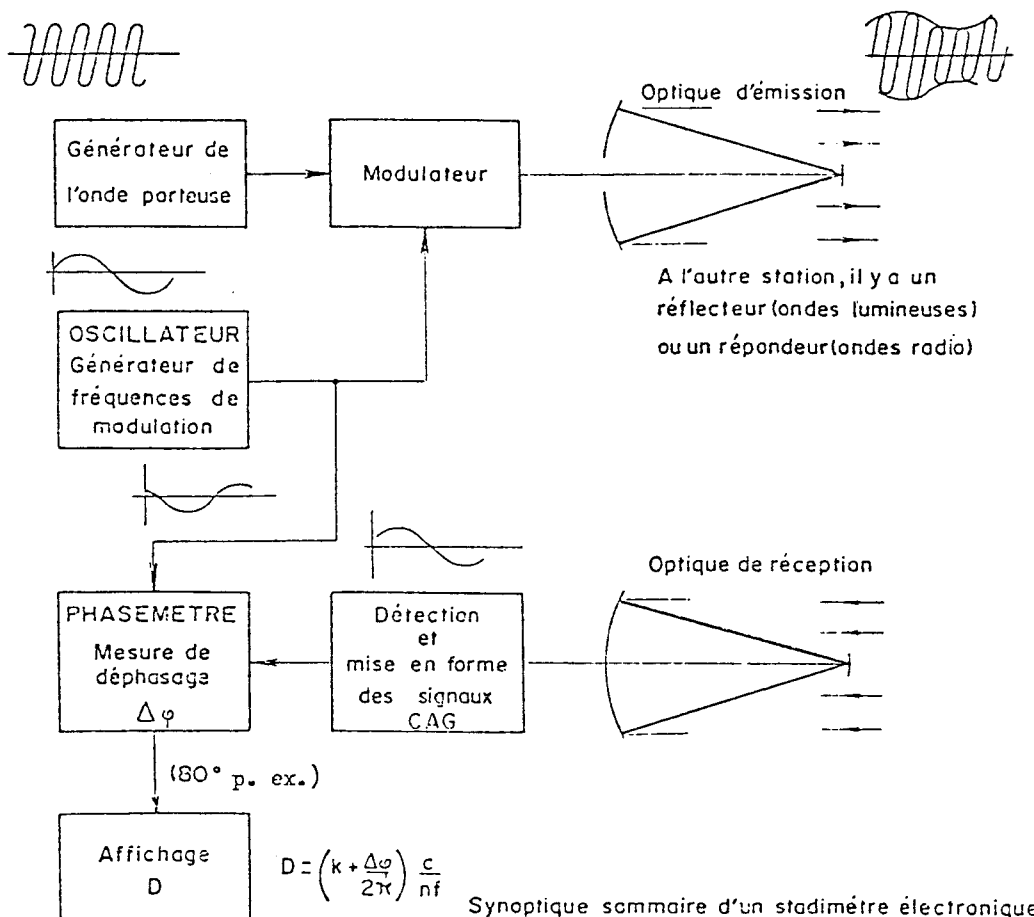
$$n_g = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$$

la formule traduit bien ce phénomène de retard, puisque dans l'air le terme correctif est négatif. On trouve donc bien un indice de groupe supérieur à l'indice "normal", ce qui traduit une vitesse de groupe inférieure à la vitesse de phase.

II-1-1-2) Principe général de fonctionnement des stadimètres électroniques

Le principe général est dès lors le suivant :

L'oscillateur est chargé de fournir des fréquences très stables dans le temps au reste de l'appareil. Il utilise des cristaux de quartz, parfois thermostatés.



L'onde porteuse est modulée, et le détecteur n'est pas assez "rapide" pour "voir" l'onde porteuse; il ne peut "voir" que son intensité, c'est-à-dire la modulation. Comme ce signal peut être très fluctuant à cause des turbulences atmosphériques, il est nécessaire de le mettre en forme afin qu'il présente, grâce à un contrôle automatique de gain (CAG) efficace une intensité constante avant d'attaquer le phasemètre.

II-1-1-2-1) Oscillateur

L'oscillateur principal fournit plusieurs fréquences sur commande, afin de permettre le calcul de la distance. On a en effet (cf. p. 8)

$$2D = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \frac{c}{f_i} + k_i \frac{c}{f_0}$$

et k_i est un entier qui n'est pas connu a priori.

Deux solutions servent couramment, avec des variantes qui dépendent de la précision du phasemètre :

a) Les fréquences f_1, f_2, f_3, f_4 se déduisent l'une de l'autre par des divisions par 10 successives.

Si $c/f_1 = 20$ m (cas fréquent), nous obtenons ainsi $c/f_4 = 20$ km, donc, si la portée de l'appareil est inférieure à 10 km, nous sommes certains que $k_4 = 0$, et nous avons ainsi une valeur approchée de $2D$:

Exemple :

$$2D = \frac{\Delta\phi_4}{2\pi} \frac{c}{f_4}$$

$$D = 4,82 \text{ km}$$

$$\text{et comme } 2D = \frac{\Delta\phi_3}{2\pi} \frac{c}{f_3} + k_3 \frac{c}{f_3}$$

$$D = 832 \text{ m} + 4 \text{ km}$$

$$k_3 = 4$$

on peut en déduire la valeur du nombre entier k_3 , et ainsi de suite

$$2D = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \frac{c}{f_2} + k_2 \frac{c}{f_2}$$

$$D = 42 \text{ m} + 8,3 \text{ km}$$

$$k_2 = 48$$

$$\text{et } 2D = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \frac{c}{f_1} + k_1 \frac{c}{f_1}$$

$$D = 4,217 \text{ m} + 4,83 \text{ km}$$

$$k_3 = 483$$

$$D = 4834,217 \text{ m}$$

avec une mesure précise de $\Delta\phi_1$ uniquement pour la fin de cette série. Avec des phasemètres plus précis, on peut sauter l'étape 2, voire les étapes 2 et 3 pour ne garder que deux fréquences; la fréquence fine f_1 donne des millimètres aux mètres, la fréquence $f_2 = f_1/1000$ donne des kilomètres aux mètres.

L'inconvénient de ce jeu de fréquences est que des valeurs aussi différentes de f ne peuvent se traiter avec les mêmes amplificateurs et la même électronique en général. Sur les petits appareils à portée inférieure à 10 km, ce n'est guère gênant. Pour les longues portées, où il faut moduler un laser, cela complique beaucoup l'électronique. On a alors parfois recours à un autre choix de fréquences.

b) f_1, f_2, f_3, f_4 sont très voisines les unes des autres, avec, par exemple (géodimètre AGA 6 ou 8) :

$$f_2 - f_1 = (f_1)/400$$

$$f_3 - f_1 = (f_1)/20$$

$$f_4 - f_3 = 10^{-4} \times f_1$$

et $f_1 = 29,970$ MHz (soit $c/2 f_1 = 5$ m lorsque $n = \frac{c_0}{c} = 1,0003085$)

La comparaison de $\Delta\phi_3$ et $\Delta\phi_4$ permet de connaître la distance à un nombre entier de fois 50 km près, et là, il n'y a pas d'ambiguïté puisque la portée de l'appareil n'est que rarement supérieure à 50 km, et encore, dans de très bonnes conditions.

$$2D = \left(\frac{\Delta\phi_3}{2\pi} + k_3\right) c/f_3 = \left(\frac{\Delta\phi_4}{2\pi} + k_4\right) c/f_4$$

$$\frac{f_4 \Delta\phi_3}{2\pi} + k_3 f_4 = \frac{f_3 \Delta\phi_4}{2\pi} + k_4 f_3 \implies \frac{f_3 \Delta\phi_4 - f_4 \Delta\phi_3}{2\pi f_4} = k_3 - \frac{f_3}{f_4} k_4 = x$$

Pour D croissant depuis zéro, x part aussi de zéro et ne pourra atteindre la valeur 1 que pour $\left(1 - \frac{f_3}{f_4}\right) k_4 = 1$, soit $D = 50$ km. Jusque-là, $k_3 = k_4$ et après (jusqu'à 100 km), $k_4 = k_3 + 1$ et k_3 est un entier voisin de

$$\left(N + \frac{f_3 \Delta\phi_4 - f_4 \Delta\phi_3}{2\pi f_4}\right) \frac{f_4}{f_4 - f_3}$$

Ainsi, on connaît k_3 ou en tous cas une valeur approchée de D. De même, la comparaison de $\Delta\phi_1$ et $\Delta\phi_2$ permet de connaître la distance à un nombre entier de fois $400 \times \frac{c}{2f_1} = 2 \text{ km}$ près (ce nombre étant maintenant connu d'après ce qui est vu ci-dessus), et $\Delta\phi_1$ avec $\Delta\phi_3$ permettent le calcul à un nombre entier de fois $20 \cdot \frac{c}{2f_1} = 100 \text{ m}$ près (qui est connu par l'opération précédente avec $\Delta\phi_2 - \Delta\phi_1$). Donc, on connaît D par une méthode qui s'apparente à celle du vernier (ici au $1/20^\circ$, au $1/400^\circ$ et au $1/10000^\circ$).

Posons :

$$\frac{f_3\Delta\phi_4 - f_4\Delta\phi_3}{2\pi(f_4 - f_3)} = A$$

On a :

$$k_3 = A + N \frac{f_4}{f_4 - f_3}$$

$$\frac{f_1\Delta\phi_3 - f_3\Delta\phi_1}{2\pi(f_3 - f_1)} = B \quad \frac{f_4\Delta\phi_2 - f_2\Delta\phi_1}{2\pi(f_2 - f_1)} = C$$

B est le nombre de fois (modulo 20) qu'il y a $c/2f_1$ dans la distance.

C est le nombre de fois (modulo 400) qu'il y a $c/2f_1$ dans la distance. Donc, on calcule B qu'on arrondit à un entier, puis C qui sera aussi arrondi à un entier, mais un entier égal à B modulo 20, puis connaissant N, on calcule enfin k_1 .

I-1-1-2-2) Détection

a) Les détecteurs les plus sensibles sont actuellement encore les *photomultiplicateurs* (en abrégé PM). Ce sont des tubes à vide équipés d'une cathode photosensible qui émet des électrons chaque fois qu'elle reçoit des photons d'énergie suffisante. Ces "photo-électrons" sont multipliés par une accélération dans un champ électrique qui les projette successivement sur les dynodes du tube. A chaque étage, une nouvelle quantité d'électrons est arrachée et l'anode reçoit ainsi un courant qui est celui issu de la photocathode multiplié par des valeurs considérables, jusqu'à 10^8 . La limitation du gain réside dans le "courant d'obscurité" de la cathode qui se superpose au signal photo-électrique comme un bruit de fond et qu'il est inutile d'amplifier. Les problèmes liés à l'emploi de PM en mesure de phase sont les suivants :

- le temps de transit des électrons entre cathode et anode dépend de la tension appliquée, qui elle-même doit être ajustée pour obtenir un signal de valeur correcte en fonction de la quantité de lumière incidente (essentiellement variable à cause de la scintillation atmosphérique); ce temps dépend en même temps de l'intensité qui circule dans le tube. D'où des imprécisions dans la mesure de la phase lorsque l'intensité lumineuse varie trop.

- il faut absolument éviter les excès de lumière sur le tube qui parviennent à la détruire complètement en cas de surexposition longue.

- c'est un dispositif volumineux et qui nécessite une haute tension d'alimentation (de l'ordre de 1000 V).

Ces raisons font que les PM ne sont utilisés que là où des portées maximum sont recherchées.

b) La photodiode à avalanche au silicium évite bien des problèmes liés à l'emploi des PM; elle est très petite, est peu fragile et n'introduit pratiquement pas de retards de phase variables; toutefois, elle est nettement moins sensible et présente un rapport signal/bruit bien plus élevé que le PM. Une telle photodiode est couramment employée sur de courtes et moyennes portées.

I-1-1-2-3) Phasemètre

Le phasemètre peut être de divers types; il exploite en général la propriété d'un composant électronique, dit pour cette raison non-linéaire, de réaliser le produit de deux signaux électriques. Si nous envoyons dans un tel circuit $v_1 = \cos \omega t$ et $v_2 = \cos(\omega t + \phi)$, signaux de même fréquence mais déphasés de ϕ , nous obtenons

$$v = v_1 \times v_2 = \cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \phi) = \frac{1}{2} [\cos(2\omega t + \phi) + \cos \phi]$$

dont la valeur moyenne est $\frac{1}{2} \cos \phi$.

De plus, en général, le phasemètre travaille à très basse fréquence (1500 à 5000 Hz classiquement). Cette fréquence est obtenue par mélange (multiplication par le même processus que ci-dessus) entre le signal qui nous intéresse $v_1 = \cos(\omega t)$ ou $v_2 = \cos(\omega t + \phi)$ et un même signal $v_3 = \cos \omega' t$ tel que ω' soit voisin de ω . On a en effet :

$$v_1 \times v_3 = \cos \omega t \times \cos \omega' t = \frac{1}{2} [\cos(\omega + \omega') t + \cos(\omega - \omega') t]$$

$$v_2 \times v_3 = \cos(\omega t + \phi) \times \cos \omega' t$$

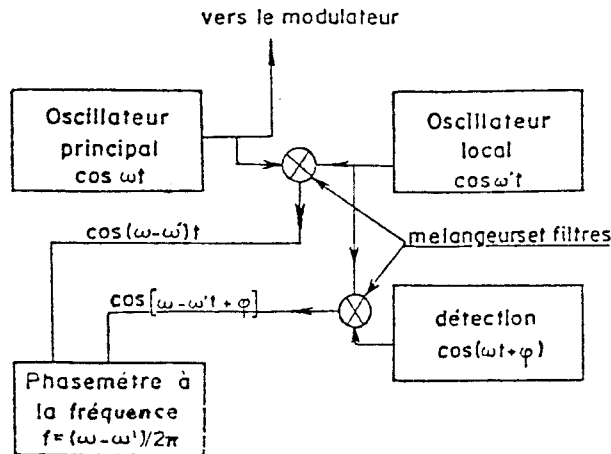
$$= \frac{1}{2} [\cos[(\omega + \omega') t + \phi] + \cos[(\omega - \omega') t + \phi]]$$

Si on filtre pour ne garder que la basse fréquence $f = \frac{\omega - \omega'}{2\pi}$ (valeurs données ci-dessus), on constate que le déphasage entre v_1 et v_2 est le même que celui entre $v_1 \times v_3$ et $v_2 \times v_3$ qui se réduisent après filtrage à

$$v_1 \times v_3 = \frac{1}{2} \cos[(\omega - \omega') t]$$

$$v_2 \times v_3 = \frac{1}{2} \cos[(\omega - \omega') t + \phi]$$

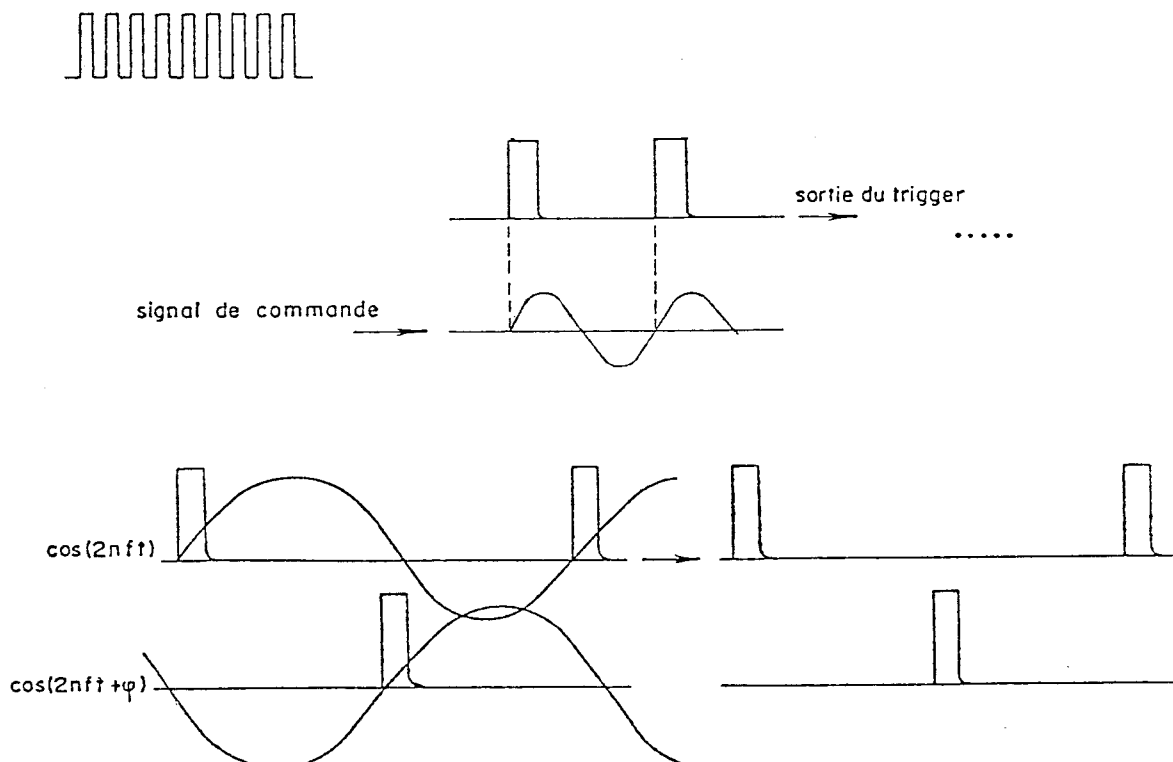
Ainsi, l'information "métrique" de phase est parfaitement conservée par mélange, le synoptique plus détaillé devenant ainsi :



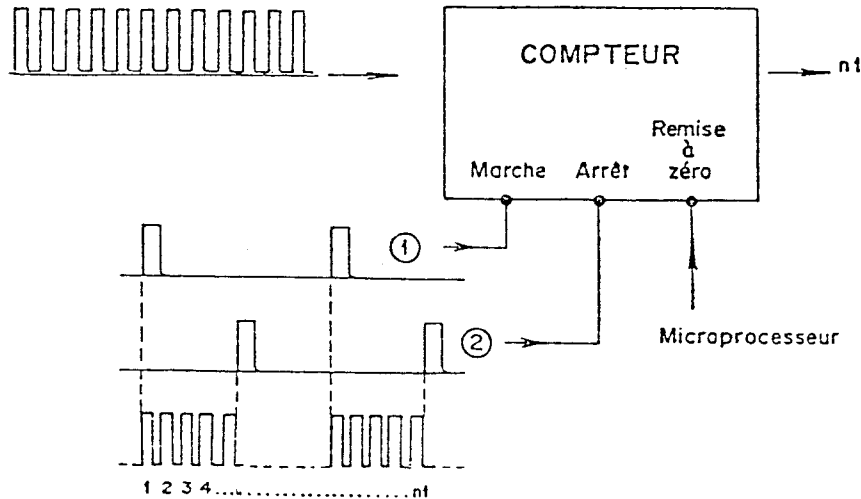
Il est intéressant de remarquer que la valeur de ω' n'a aucun besoin d'être connue avec précision.

a) Les phasemètres analogiques déphasent un des signaux par rapport à l'autre jusqu'à ce qu'ils soient en quadrature, donc déphasés de $\pi/2$. Ce déphasage additionnel est lu lorsqu'on observe sur un vu-mètre convenablement placé une tension $v = v_1 \times v_2$ en moyenne nulle, ce qui indique que $\cos \phi = 0$.

b) Les phasemètres numériques sont basés sur un tout autre principe, et sont largement utilisés dans les appareils récents. On dispose d'une série d'impulsions à haute fréquence (en général celles de l'oscillateur principal), grâce à un trigger. Un trigger est un circuit électronique qui fabrique une impulsion chaque fois que le signal qui lui est fourni passe par zéro avec une pente positive. Par ailleurs, les signaux Basse Fréquence (BF) dont le déphasage doit être mesuré déclenchent eux aussi des triggers :



Les signaux 1 et 2 servent à mettre en route et à arrêter un compteur, ce compteur étant requis de dénombrer les impulsions Haute Fréquence (HF) qu'il voit passer lorsqu'il est en route.



On voit ici que n_1 croît sans cesse avec le temps. Un autre compteur va fournir le comptage n_2 du nombre total des impulsions HF fabriquées, et nous voyons alors que :

$$\frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{n_1}{n_2}$$

Donc, les deux compteurs alimentent avec n_1 et n_2 , un diviseur qui est commandé, comme les remises à zéro des compteurs et la commutation des fréquences, par un microprocesseur. Celui-ci possède ainsi les informations nécessaires pour le calcul complet de la distance qu'il affiche ensuite sur un écran, soit avec des diodes électro-luminescentes, soit avec des cristaux liquides (qui consomment moins et se voient mieux lorsque la lumière est intense, et qui donc se sont généralisés sur les appareils récents).

II-1-2) Stadimètres électroniques à ondes lumineuses

II-1-2-1) Appareils à courte portée (< 15 km et généralement < 3 km)

Ils utilisent de nos jours systématiquement comme source lumineuse une *diode photo-émissive* (diode électro-luminescente, en abrégé D.E.L.) à l'arséniure de gallium (As Ga) qui est capable d'émettre plusieurs milliwatts de rayonnement bien monochromatique (de l'ordre de 20 nm de variation dans la longueur d'onde émise) dans la zone spectrale de 800 à 950 m, donc dans l'infra-rouge proche, où l'atmosphère est généralement bien transparente. L'intérêt des DEL As Ga réside dans la simplicité de la modulation : il suffit en fait de faire varier le courant qui circule dans la diode pour moduler l'intensité émise.

Le "générateur d'onde porteuse" et le "modulateur" sont dès lors confondus en un seul composant de taille très modeste. Les inconvénients de cette source lumineuse sont les suivants :

- il y a des déphasages entre les différents rayons émis par la diode. Certaines parties de la zone émissive ne sont pas alimentées en phase avec les autres à cause de capacités parasites, et par ailleurs, certaines parties ne sont pas autant alimentées que d'autres à cause de la géométrie des électrodes; Comme la caractéristique de la DEL est non linéaire, cela implique aussi des retards de phase. d'où la nécessité de pointer le réflecteur toujours de la même façon;

- la surface émissive est grande (typiquement 0,1 mm au carré), et l'angle solide d'émission correspond à un cône d'angle au sommet valant plusieurs dizaines de degrés. Si l'on souhaite ne pas perdre trop de ces quelques *mw* émis dans la nature, il est clair qu'il est quasiment impossible de collimater correctement le faisceau sous un volume réduit. Avec une focale d'émission de 10 cm, et un cône de demi-angle au sommet 20°, cela exigera une lentille de diamètre 72 mm, ce qui est considérable, et la divergence du faisceau émis sera de l'ordre de $\frac{0,1}{10 \text{ cm}} = 10^{-3} \text{ rd}$, ce qui est déjà important.

On comprend dès lors pourquoi ces DEL As Ga servent uniquement pour les portées courtes.

Dans un souci de miniaturisation et grâce à la petite taille des composants électroniques actuels, on utilise des phase-mètres numériques précis, avec en général deux fréquences seulement, commandées par le microprocesseur.

L'erreur sur la distance étant proportionnelle à l'écart entre la fréquence théorique et sa fréquence vraie, ces appareils à courtes portées utilisent comme étalon de fréquence un simple quartz, éventuellement compensé en température, mais jamais thermostaté.

La détection se compose d'une photodiode, éventuellement à avalanche. L'optique de réception, comme celle d'émission d'ailleurs, se compose fréquemment d'une seule lentille à focale courte.

II-2-2-2) Les appareils à longue portée

Ils utilisent comme source lumineuse un laser à gaz, mélange hélium-néon, ce type de laser fournissant un rayonnement bien monochromatique (à 632,8 nm), suffisamment puissant (quelques mw) et facile à voir. l'intérêt essentiel du laser He Ne est autre toutefois : c'est celui de former un pinceau lumineux de divergence très petite (10^{-4} rd, voire mieux), ce qui permet de ne pas disperser trop d'énergie inutilement hors réflecteurs, et donc d'atteindre de très longues portées (l'auteur a expérimenté une portée de 196 km avec 27 mw de puissance laser, ainsi que 86 km avec 5 mw en utilisant quelques décimètres carrés de réflecteurs dans chaque cas); il apparaît à l'usage que dès que le rayonnement solaire parasite s'affaiblit (de nuit en particulier), il n'y a comme portée limite que la limite visuelle.

Dans le bilan énergétique total de l'appareil, il est facile de calculer que c'est la divergence à l'émission que pèse le plus lourd parmi tous les autres facteurs de pertes (optique de réception, traitements anti-reflets, qualités des réflecteurs...). Or, la divergence optimale est sensiblement inversement proportionnelle à la section du faisceau émis, donc après le modulateur, l'optique d'émission consiste essentiellement à agrandir le faisceau à l'aide d'un afocal.

L'inconvénient majeur du laser, outre le fait qu'il nécessite de hautes tensions (2 à 7 kv) d'alimentation, est qu'il est difficile de le moduler. Il faut avoir recours à un modulateur électro-optique, qui fait appel aux propriétés de biréfringence provoquée par un champ électrique, soit dans des cristaux (effet Pockels), soit dans certains liquides (effet Kerr dans le nitrobenzène, par exemple). Nous allons étudier rapidement l'effet Pockels dans le cristal de Potassium Di-hydrogène Phosphate, en abrégé KDP (ou KD*P si l'hydrogène est remplacé au moins en partie par du Deutérium), qui est utilisé dans tous les appareils à longue portée.

Le KDP est un matériau optiquement anisotrope.

A partir d'un point, traçons dans chaque direction de l'espace un vecteur de longueur égale à l'indice de réfraction. Si le milieu est isotrope, l'extrémité de ce vecteur décrit une sphère. Pour le KDP, nous obtenons, en l'absence de champ électrique, un ellipsoïde de révolution; on l'appelle de ce fait un cristal uniaxe. Le grand axe est nommé z et les deux autres, équivalents jusqu'ici (x et y), sont choisis parallèles aux axes géométriques du cristal.

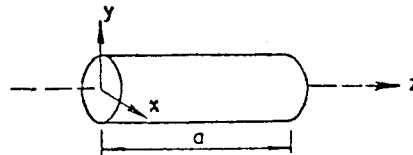
L'effet électro-optique est le suivant : si nous appliquons un champ électrique E parallèle à z, les indices selon x et y se modifient suivant la loi :

$$\begin{aligned} n_x &= n_0 + n_0^3 r_{63} E \\ n_y &= n_0 - n_0^3 r_{63} E \end{aligned}$$

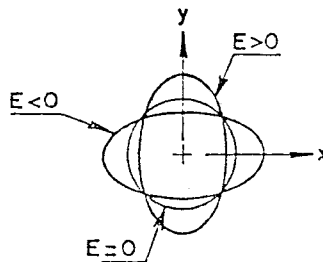
r_{63} désigne une constante électro-optique du cristal et n_z ne change pas.

Il y a dès lors deux configurations possibles pour le modulateur :

1) Modulateur dit longitudinal :



E étant appliqué suivant z, le rayon lumineux traverse également selon z. La section de l'ellipsoïde d'indices dans un plan x O y, qui est un cercle pour E = 0, devient :



Le vecteur polarisation \vec{P} d'une onde électromagnétique suit la direction de la partie "champ électrique" de cette onde.

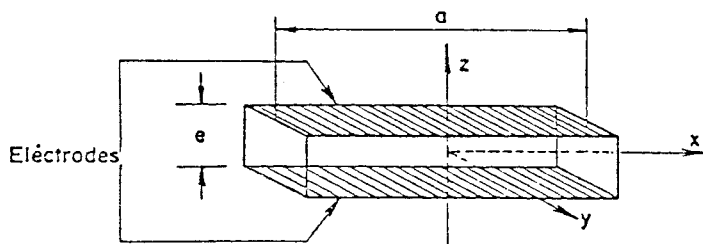
Si nous entrons avec un plan de polarisation à 45° de Ox et de Oy (appelés "lignes neutres" du cristal), nous décomposerons cette polarisation \vec{P} en Px et Py qui ne vont pas cheminer à la même vitesse dans le cristal. Le déphasage ψ entre Px et Py est à la sortie du cristal de $\psi = 2n_0^3 r_{63} E a \frac{1}{\lambda}$, λ étant la longueur d'onde de P.

Ainsi, si $\omega = \frac{\pi}{2}$, la polarisation résultante de Px et Py à la sortie du cristal est perpendiculaire à P à l'entrée.

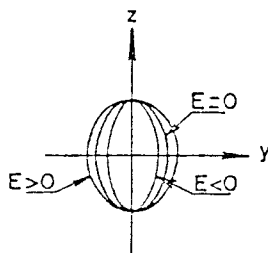
(Pour $\omega = \frac{\pi}{4}$, P décrit un cercle avec une vitesse angulaire $\frac{2\pi c}{\lambda}$ rd s⁻¹). Donc, avec un polarisateur en sortie de cristal de direction orthogonale à celle du plan de P à l'entrée, nous obtenons une modulation d'intensité, passant de 0 à sa valeur maximale à la fréquence du champ électrique.

On peut également ne mettre le polariseur qu'après le retour du rayon lumineux depuis le réflecteur, ce qui peut permettre d'améliorer les mesures dans certains cas.

2) Modulateur dit transversal.



La lumière entre selon l'axe Ox. La section de l'ellipsoïde d'indices dans le plan yOz est une ellipse qui se déforme. Avec P à 45° de Ox et de Oy, le déphasage entre Px et Py est $\psi = (n_z - n_o) a - n_o^3 r_{63} E a$.



Le cristal est taillé en sorte que $(n_z - n_o) a = k 2\pi$ (k entier) et la modulation se fait par le même procédé que précédemment, avec un polariseur en sortie de direction orthogonale à celle de P à l'entrée. Si V est la tension appliquée sur les électrodes,

$$E = \frac{V}{e} \quad \text{et} \quad \psi = n_o^3 r_{63} V \frac{a}{e}$$

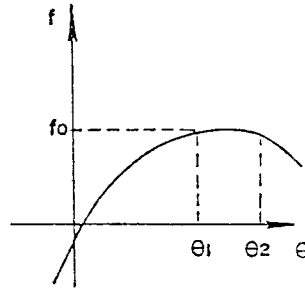
3) Dans tous les cas de figures évoqués ci-dessous, il faut noter que le coefficient électro-optique r_{63} varie entre 8 et $20 \times 10^{-12} \text{ V}^{-1}$, ce qui exige d'appliquer aux bornes du cristal une tension très élevée. On caractérise un cristal par la valeur $V_{\lambda/2}$ pour laquelle $\psi = \frac{\pi}{2}$, et $V_{\lambda/2}$ fait plusieurs kilovolts en Il-1-2-1. En Il-1-2-2, cette même valeur est divisée par $\frac{a}{e}$, ce qui permet de se limiter à quelques centaines de volts. Toutefois, E est un champ alternatif à haute fréquence, et il est difficile de mettre en œuvre une fréquence de 30 MHz sous 3 kV. Par ailleurs, e est impossible à ramener en dessous d'une certaine valeur (3 mm en gros); après, l'alignement optique deviendrait trop délicat. Et si on augmente trop $\frac{a}{e}$, la capacité équivalente du cristal avec ses électrodes devient trop élevée, ce qui empêche de l'alimenter correctement. Le compromis généralement utilisé est le suivant : le cristal est inséré dans un circuit résonnant où il joue le rôle de la capacité aux bornes d'une bobine ayant un coefficient de self-induction variable.

Pour chaque fréquence f_i mise en jeu, l'ajustage de cette bobine met le circuit en résonance, ce qui permet de bénéficier du coefficient de surtension Q de l'ensemble bobine + cristal. Si l'alimentation fournit une tension v, la tension aux bornes de cristal est $V = Qv$, et Q est de l'ordre de plusieurs dizaines. Pour cette raison, il est plus commode d'avoir toutes les fréquences f_i autour d'une même valeur, au lieu de les voir se succéder par décades. Il est donc clair qu'on ne peut mesurer sur une fréquence qu'après avoir ajusté aussi la fréquence de résonance de ce circuit d'accord (généralement marqué "TUNING").

La détection se fait par un PM de grande qualité, après avoir filtré convenablement la lumière collectée par l'optique de réception. Nous utiliserons là l'autre aspect intéressant du laser, sa stabilité en fréquence et sa monochromaticité; nous pouvons en tirer parti en mettant sur le trajet de la lumière vers le PM un filtre interférentiel (F.I.) à bande passante étroite (de 20 nm à 0,5 nm, mais dans ce cas, le F.I. est thermostaté), ce qui autorise de longues portées, même de jour, en améliorant le rapport signal (laser modulé)/bruit (lumière ambiante). Par ailleurs, il faudra se donner les moyens d'atténuer le signal de retour au moyen d'un filtre gris de densité variable, afin de ne pas "éblouir" le PM par un excès de lumière et d'assurer une valeur standard pour l'intensité électrique sortant de ce PM, quelle que soit l'atténuation du faisceau due à son trajet dans l'atmosphère.

Pour des appareils à longue portée, la qualité de l'oscillateur est très importante; il importe en effet qu'il retrouve toujours la même valeur pour sa fréquence f à mieux que 10^{-6} près, généralement de l'ordre de 10^{-7} (soit 3 Hz sur 30 MHz). Ceci conduit à utiliser des oscillateurs à quartz thermostatés. Il convient de noter qu'il faut quand même un quart d'heure au moins pour que la température (et donc la fréquence) se stabilise à l'intérieur des tolérances ci-dessus.

En recherchant certaines coupes particulières du cristal, on obtient un cristal compensé en température (en anglais TCXO); la courbe donnant la fréquence en fonction de la température est alors ainsi :



$$\theta_2 - \theta_1 \text{ de } 10 \text{ à } 20^\circ \text{C}$$

$$\text{pour } \frac{|f - f_0|}{f_0} < 10^{-7}$$

Effectivement, entre θ_1 et θ_2 , f est très proche de f_0 . Toutefois, il ne faut pas sortir de cet intervalle de température, ce qui est impossible à assurer sur le terrain (où il faut compter des variations de température de 0° à 50°C en temps ordinaire).

Il est souhaitable de contrôler la valeur f périodiquement; en effet, lorsque le cristal vieillit, la fréquence change légèrement. Souvent, un connecteur est prévu à cet effet; il faudra toujours s'assurer de ce que la mesure de f ne perturbe pas trop l'oscillateur. Et il est nécessaire de ne comparer f qu'à un excellent étalon (horloges atomiques, étalons radiodiffusés par exemple, ou quartz fréquemment comparés avec ceux-ci).

II-1-2-3) Étude des dispositifs réflecteurs

Ce que nous avons vu nous montre combien la source lumineuse met en jeu des puissances faibles. Le dispositif réflecteur a pour objet de renvoyer le plus possible de cette énergie, et qui plus est, dans la direction d'où elle vient.

1) Le miroir plan.

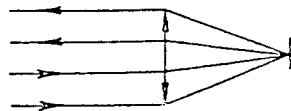
Présente un inconvénient majeur, c'est la difficulté d'orientation, avec un faisceau divergeant parfois de moins de 10^{-4} rd; il est clair qu'il faut orienter le miroir à quelques 10^{-5} rd, ce qui est difficile à mettre en œuvre sur le terrain. Encore faudra-t-il se limiter à des distances courtes et avoir une bonne liaison phonique entre l'appareil et le réflecteur...

2) Les panneaux réflectorisés.

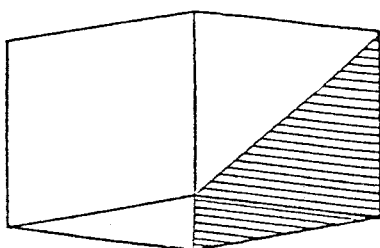
Un panneau plus ou moins grand, peint à la peinture réflectorisée, peut faire un bon réflecteur, bon marché qui plus est, même à des distances longues (quelques kilomètres). On peut gagner, par rapport à un "coin de cube" classique en surface réémissive, ce que l'on perd en qualité de réflexion. Mais la mise en station de grands panneaux est délicate lorsqu'il y a du vent, et de plus, l'orientation doit être soignée pour que tous les points soient à la même distance du stadimètre.

3) Les réflecteurs catadioptriques en plastique moulé, composés de coins de cubes de petite taille, sont peu onéreux et peuvent servir dans de nombreux cas sur distances de quelques kilomètres.

4) L'Œil-de-chat est composé d'un petit miroir placé au foyer d'une lentille. Si le miroir est bien ajusté, c'est un dispositif très efficace qui collecte bien la lumière et la rétro-réfléchit correctement. Mais une orientation grossière (à quelques degrés près) est nécessaire. De plus, un tel dispositif est quelque peu vulnérable aux chocs qui peuvent le dérégler.



5) Le coin de cube.

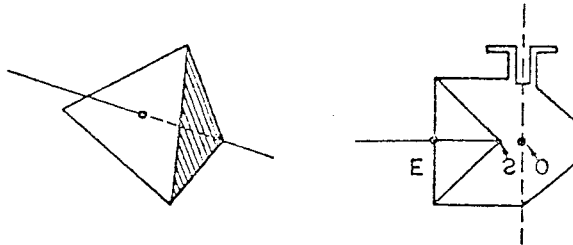


Le plus utilisé. Il est formé d'une pyramide en verre plein à base triangulaire, dont les trois faces latérales sont orthogonales deux à deux. Les petits défauts d'orthogonalité donnent comme image d'un faisceau de rayons parallèles six faisceaux distincts, angulairement espacés de façon régulière autour de la direction du faisceau incident.

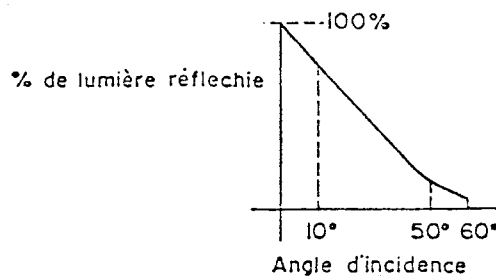
Ce défaut d'équerrage peut être rendu très petit (quelques secondes d'arc) pour les prismes de bonne qualité. Les faces sont argentées, puis laquées; ceci est rendu nécessaire par le risque de voir des saletés diverses ou l'humidité diminuer le pouvoir réfléchissant du dioptre verre-air qui, pour les incidences mises en jeu, travaillerait en réflexion totale même sans argenture.

- Tous les rayons lumineux font exactement le même chemin optique s'ils sont parallèles lors de l'entrée dans le prisme. De ce fait, ils sont équivalents à celui qui se réfléchit précisément au sommet du coin du cube.

- L'indice du verre étant voisin de 1,5, le chemin optique parcouru est équivalent à un trajet dans l'air plus long de l'ordre de 50 % que la distance parcourue de la face d'entrée au sommet. D'où un problème de constante à ajouter à la mesure éventuellement en fonction du centrage de ce prisme. Si $n \cdot ES = EO$, il n'y a pas de valeur à ajouter à la distance, pour autant que le centrage soit effectué sur O.

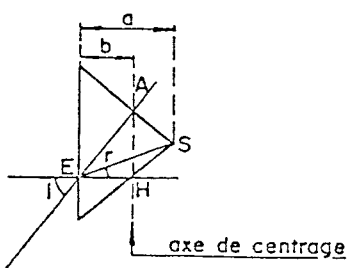


- Le champ du prisme est très étendu, et il renvoie de la lumière même lorsqu'il est très désorienté : voir la courbe montrant la quantité relative de lumière réémise en fonction de la désorientation α .



Cela entraîne quelques problèmes si ces prismes sont utilisés loin de l'incidence normale du faisceau lumineux sur la face d'entrée.

a) Dans un plan vertical : $\sin i = n \sin r$



Ce qu'on souhaite mesurer : $EA = \frac{b}{\cos i}$

Ce qu'on mesure réellement : $c_i = \frac{b}{\cos i} = \frac{n^2 a}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$

Il faut ajouter à la mesure la valeur c : $nES = \frac{na}{\cos r}$

Pour $i = 0$, $c_0 = b - na$, ce qu'on désigne par le vocable "constante" du prisme. Mais il faut noter que c dépend beaucoup de i :

$$e = c_0 - c_i = b \left(1 - \frac{1}{\cos i} \right) - n^2 a \left(1 - \frac{p}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right)$$

Pour i petit ($< 10^\circ$) :

$$e = \frac{i^2}{2} \left(-b + \frac{a}{n} \right)$$

b) Dans le plan horizontal :

Ce qu'on souhaite mesurer : $EH = b \cos i + a \operatorname{tg} r \sin i$ $EH = b \cos i + a \frac{\sin^2 i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$

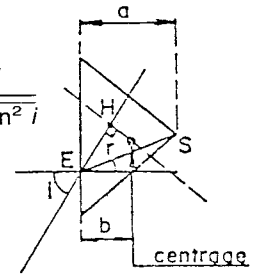
Ce qu'on mesure réellement : $nES = \frac{na}{\cos r}$

D'où, avec les mêmes notations que ci-dessus :

$$c_i = b \cos i + a \frac{\sin^2 i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} - \frac{n^2 a}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

$$e = b(1 - \cos i) - na \left(1 - \frac{n}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} + \frac{\sin^2 i}{n\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right)$$

Pour i petit ($i < 10^\circ$) : $e = \frac{i^2}{2} \left(b - \frac{a}{n} \right)$



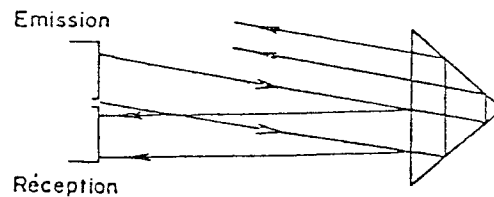
Si $i=0$, $c_0 = b - na$.
Si $e = c_0 - c_i$

soit une erreur opposée à la précédente.

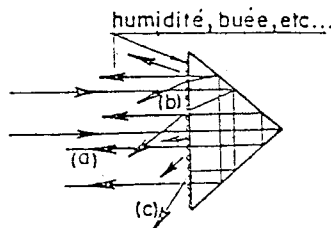
On remarquera dans ces deux cas que ces erreurs sont pratiquement nulles si on choisit $b = a/n$, ce qui n'est malheureusement pas souvent le cas chez les différents constructeurs (excepté les réflecteurs de chez Zeiss Oberkochen et certains de chez Wild).

A courte distance, il convient de se méfier de la réflexion spéculaire sur la face d'entrée qui, pour un verre non traité (cas général) représente 4 % de l'énergie incidente totale.

Cas envisageable (déjà observé). Ce cas peut se présenter à des distances très courtes; 4 % de l'énergie émise est très largement suffisant pour permettre la mesure. Ici, on trouvera une distance trop courte de $2na$.



Dans un cas où la face avant serait partiellement couverte de buée, le dioptré verre-eau va réfléchir la plus grande partie de la lumière (a) qui normalement retournerait vers la stadimètre, la partie non réfléchiée étant elle-même en grande partie diffusée par la buée (c). La partie réfléchiée va sortir avec une direction quelconque là où est entré le faisceau incident (b), avec à son actif deux traversées du prisme au lieu d'une seule. Une bonne partie de (b) va encore être renvoyée dans le prisme et ressortira après donc trois traversées totales dans la direction de l'appareil. D'où une mesure trop longue de $4a$, puisque (b) peut transmettre bien plus d'énergie que (a), et ceci quelle que soit la distance mise en jeu.



II-1-3) Stadimètres électroniques à ondes centimétriques

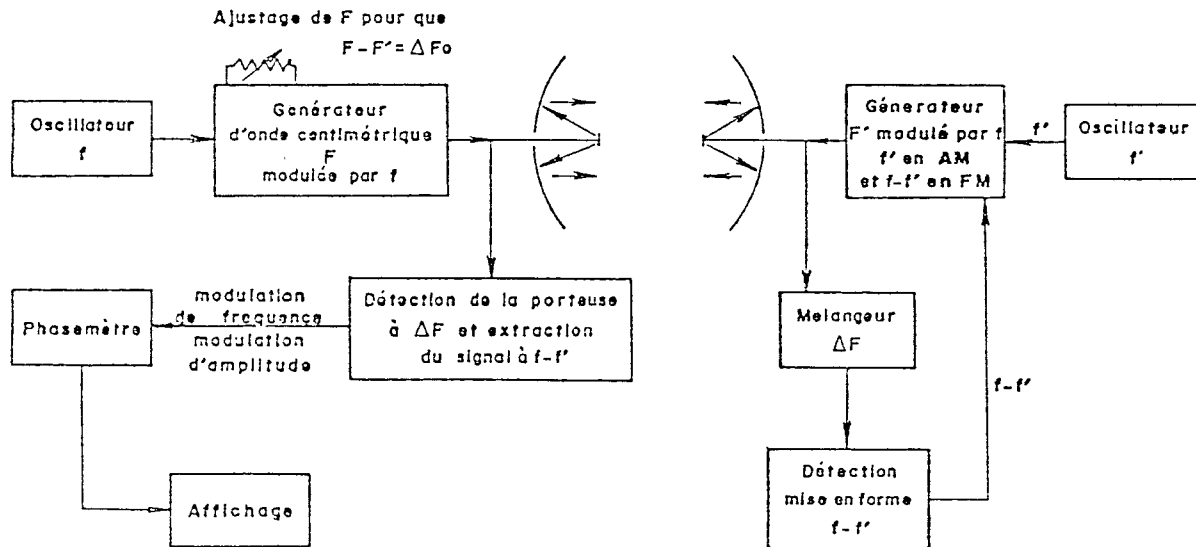
La conception générale de l'appareil reste la même; toutefois, un détail particulier vient compliquer la situation. Il n'est pas possible de concevoir de réflecteurs pour les ondes centimétriques capables de renvoyer suffisamment d'énergie vers le stadimètre. D'où la nécessité d'utiliser deux appareils plus ou moins ressemblants, l'un des deux servant de réémetteur synchrone en direction du poste principal, encore appelé "maître" (l'autre étant alors désigné comme "répondeur").

Les deux appareils disposent de porteuses à 3 ou 10 GHz, fournies par des klystrons (tubes à vide), ou des diodes spéciales (diodes Gunn). Les deux fréquences porteuses émises F et F' (F étant émis par le poste maître et F' par le répondeur, par exemple) diffèrent d'une valeur ΔF_0 fixe et ajustable, de quelques 10^7 Hz, et se mélangent à la détection de chaque instrument. Ainsi les deux appareils disposent d'une même fréquence intermédiaire $F - F' = \Delta F_0$.

Ces porteuses sont modulées aux fréquences f et f' délivrées par l'oscillateur principal de chaque poste, avec f et f' différant aussi d'une valeur fixe ($f - f'$ valant de l'ordre de 10^3 Hz), tandis que f et f' sont de l'ordre de 10^7 Hz. La modulation se fait sur le générateur d'onde porteuse directement (klystron ou diode Gunn) comme pour les D.E.L. As-Ga du paragraphe II-1-1-1) ci-dessus.

Ainsi donc, comme précédemment (cf. I-1-1-2-3), la basse fréquence à $f - f'$ possède l'information de phase de f . Il suffit de renvoyer vers le poste maître l'information de la phase du répondeur pour pouvoir faire la mesure; cette phase de $f - f'$ est retransmise au répondeur vers le poste maître en général par modulation de fréquence de la porteuse. Le phasemètre compare ces deux informations, et par la suite tout se passe comme sur un stadimètre à ondes lumineuses.

En supplément, par une modulation BF superposée aux autres, il est possible d'établir une liaison phonique en duplex entre les deux appareils pendant la mesure, ce qui est rendu nécessaire par la présence obligatoire d'un opérateur actif à chaque poste. Ces deux postes sont souvent rendus symétriques et interchangeables dans leurs rôles, ce qui permet de faire alternativement la mesure en "aller" et en "retour" depuis une station, puis depuis l'autre, et qui augmente la fiabilité de l'ensemble.



Synoptique d'un stadimètre à ondes centimétriques

AM : Modulation d'Amplitude
 FM : Modulation de Fréquence

Les "optiques" d'émission et de réception sont formées de réflecteurs paraboliques ou de cornets qui visent à diminuer l'ouverture du lobe d'émission afin d'éviter les réflexions parasites. Toutefois, l'angle de ce lobe reste assez important (de 5 à 20° selon le type). Pour mettre en évidence des réflexions sur des surfaces voisines du faisceau (étendues d'eau, prés,...), il est d'usage de faire varier la fréquence de la porteuse F (et F' en même temps) et de prendre la valeur moyenne des différentes mesures obtenues. Le fondement théorique de cette manœuvre n'est pas évident, et à l'usage, de nombreux contre-exemples montrent que ce n'est pas toujours une bonne solution. Il convient en tous cas d'éviter les visées où le profil se prêterait à de telles réflexions.

II-2) La mesure et le calcul de la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique

II-2-1) Formules fondamentales

II-2-1-1) Vitesse de la lumière dans le vide

Elle est connue avec une précision de plus en plus élevée. Ce qui notoirement empêche de la connaître mieux, c'est la mauvaise définition du mètre. Sa valeur actuelle

$$c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

est connue à $4 \cdot 10^{-9}$ près; les incertitudes sur c_0 ne sauraient donc intervenir dans la précision des mesures de grandes longueurs, qu'en aucun cas on ne parvient à mesurer à mieux que 10^{-8} près.

Il est parfois fait allusion, dans des travaux de physique théorique, à la possibilité que c_0 ne soit pas une constante, comme cela est spécifié comme point de départ de la théorie de la Relativité. Toutefois, il n'y a pas eu jusqu'ici de possibilité de mettre en évidence ce phénomène. Nous admettrons ici au bénéfice du doute que c_0 est constante; et en tout cas, son éventuel défaut de stabilité ne semble pas devoir intervenir dans les mesures courantes qui ne se font presque jamais mieux que 10^{-6} près.

II-2-1-2) La vitesse de la lumière c dans un milieu matériel est toujours inférieure à c_0 et, pour l'air par exemple, ce ralentissement est proportionnel à la densité de molécules rencontrées. On note n l'indice de réfraction du milieu matériel, et par définition :

$$n = \frac{c_0}{c}$$

Dans le cas de l'air, qui se comporte sensiblement comme un gaz parfait, n est très voisin de 1. On définit alors le co-indice de réfraction N par

$$N = (n - 1) 10^6$$

et N est proportionnel à la densité des gaz traversés. L'air est constitué comme chacun sait d'oxygène (O_2) et d'azote (N_2), puis de vapeur d'eau (H_2O), de CO_2 , etc...

Pour le calcul de N avec les précisions requises jusqu'ici, on ne tiendra compte que des trois premiers de ces gaz, les autres étant supposés être en pourcentage standard et invariable.

Nous voyons donc, puisque la densité dépend de la température T et de la pression P , que N va pouvoir s'exprimer comme une fonction de T , de P_{O_2} , de P_{N_2} et de P_{H_2O} (le symbole P_x représente la pression partielle du gaz X). L'expérience nous montre de plus que N dépend de la longueur d'onde, et que le rapport P_{O_2}/P_{N_2} est très stable ordinairement. On regroupe alors $P_{O_2} + P_{N_2} = P_a$ (pression atmosphérique) et P_{H_2O} est usuellement noté P_v . Ainsi nous trouvons que N est fonction de P_a , P_v , T , et de λ .

1) *Pour les ondes lumineuses*

La fonction $N = N(\lambda)$ est établie de manière strictement empirique.

Ceci explique les formulations variées qui ont pu être trouvées par différents auteurs. Il s'agit de $N_0 = N(\lambda)$ pour $P_v = 0$, $P_a = 760$ mm Hg, T spécifié et uniquement pour les ondes lumineuses. N correspond à la vitesse de phase (N_ϕ) ou de groupe (et est noté alors N_g , avec $N_g = N_\phi - \lambda \frac{dN_\phi}{d\lambda}$).

Formule d'Edlen (1966) pour $t = 15$ °C

$$N_{\phi_{15}} = 83,4213 + \frac{24\,060,3}{130 - \frac{1}{\lambda^2}} + \frac{159,97}{38,9 - \frac{1}{\lambda^2}} \quad (\lambda \text{ en microns})$$

et

$$N_{g_{15}} = N_{\phi_{15}} + \frac{2}{\lambda^2} \left[\frac{24\,060,3}{\left(130 - \frac{1}{\lambda^2}\right)^2} + \frac{159,97}{\left(38,9 - \frac{1}{\lambda^2}\right)^2} \right]$$

Formule de Barrell et Sears (1939) pour $t = 0$ °C

$$N_{g_0} = 287,604 + \frac{4,8864}{\lambda^2} + \frac{0,0680}{\lambda^4} \quad (\lambda \text{ en microns})$$

Ensuite, à partir de la valeur de $N_{g_{t_0}}$, pour un air sec à t_0 °C, on en déduira la valeur N pour $P_a \neq 760$ mm Hg et $t \neq t_0$. La contribution de P_v est connue empiriquement elle aussi.

La formule la plus complète à présent est celle d'Edlen (1966) et, N_ϕ et N_g étant les co-indices de phase et de groupe respectivement :

$$N_\phi = N_{\phi_{15}} \times 0,378\,967\,084 \frac{P_a}{T} (1 + 10^{-6} \cdot P_a \cdot (0,817 - 0,0133t)) - \left(16,775 - \frac{0,134}{\lambda^2}\right) \frac{P_v}{T}$$

et

$$N_g = N_{g_{15}} \times 0,378\,967\,084 \frac{P_a}{T} (1 + 10^{-6} \cdot P_a \cdot (0,817 - 0,0133t)) - \left(16,775 - \frac{0,402}{\lambda^2}\right) \frac{P_v}{T}$$

Ceci donne, pour un λ fixé, approximativement (pour les valeurs courantes de P_a , lequel varie assez peu dans une zone donnée) :

$$N = A(\lambda) \frac{P_a}{T} - B(\lambda) \frac{P_v}{T} \quad \text{et ici } T \text{ est en } ^\circ\text{K}$$

Nous observerons que B varie très peu avec λ , et souvent il sera pris comme fixe. Il y a toutefois de petites discordances selon les auteurs :

d'après Barrell et Sears (1939) : $B = 14,93$

d'après Edlen (1966), pour λ variant de 0,4 à 0,82, P varie de 14,96 à 16,15. Voir en Annexe les valeurs tabulées de $A(\lambda)$ et $B(\lambda)$.

Ceci présente peu d'importance au vu de la faiblesse de l'impact de ce terme BP_v/T sur le calcul de la distance.

2) Pour les ondes radio

Il se trouve que N ne dépend pas de λ , donc de $N_o = N_g$, ce que l'on concevra aisément au vu de la fonction $N(\lambda)$ avec $\lambda \rightarrow \infty$, pour toutes les formules empiriques vues précédemment.

La formule empirique établie en 1951 au N.P.L. (Teddington, Grande-Bretagne) donne :

$$N_\phi = N_g = 103,51 \frac{P_a - P_v}{T} + \frac{86,23}{T} \left(1 + \frac{5748}{T}\right) P_v$$

avec P_a et P_v en mm Hg et en °K.

Nous remarquerons qu'en faisant $\lambda \rightarrow \infty$ dans les formules de Barrel et Sears ou d'Edlen, nous trouverions un coefficient de $\frac{P_a}{T}$ de 103,36 au lieu de 103,51, ce qui est minime et montre une bonne continuité dans les formules employées. Par contre, l'intervention du facteur $\frac{P_v}{T}$ se fait de façon très différente, en deux termes par exemple :

$$N_g = 103,51 \frac{P_a}{T} - 17,28 \frac{P_v}{T} + 495\,650,04 \frac{P_v}{T^2}$$

Le premier est aussi voisin de celui pour les ondes lumineuses (avec $\lambda \rightarrow \infty$); le second montre une franche discontinuité par rapport au visible, et est lié à des bandes d'absorption dues à la vapeur d'eau dans l'infrarouge.

II-2-1-3) Mesure des paramètres P_a , P_v et T

1) Mesure de P_v

La mesure de la pression partielle de vapeur d'eau se fait par l'intermédiaire de la température de l'eau en équilibre avec l'air humide. L'évaporation, qui abaisse en effet la température de l'eau, devient plus intense si l'air devient plus sec; donc, on conçoit que cette température, dite température humide T_h , permette le calcul de P_v lorsqu'on connaît T . Mais ce sera par l'intermédiaire d'une loi empirique, une fois de plus, ce qui bien sûr ne l'empêche pas d'être fort précise.

Il faut savoir tout d'abord que P_v ne peut, à une certaine température, dépasser la pression dite de vapeur saturante P_s . En effet, si on cherche à augmenter P_v , il commence à se former la condensation (de la rosée), ce qui explique que la "température du point de rosée" serve aussi au calcul de P_v à l'occasion. P_s est exactement la valeur de P_v qui règne dans un nuage stable (comme du brouillard par exemple). Que t augmente, P_s augmentera, on aura $P_v < P_s$ et le brouillard disparaîtra. Donc, on peut, pour un couple de températures t et t_h , calculer P_v . Ce que nous avons vu montre que P_s ne dépend que de t_h , avec une formule approchée de celle de Goff-Gratch à 1/10 de mm Hg (Ducloux, 1977).

$$P_s = \exp(1,53 + 0,071t_h - 0,000222t_h^2) \text{ en mm Hg } (t_h \text{ en } ^\circ\text{C})$$

tant que le manchon humide qui entoure le thermomètre n'est pas gelé;

ou avec la formule de MAGNUS-TETENS MURRAY $P_s = 4,5812 \exp\left(\frac{17,269t_h}{237,3 + t_h}\right)$

si le manchon est humide et non gelé, et $P_s = 4,5812 \exp\left(\frac{21,875t_h}{265,5 + t_h}\right)$

si le manchon est recouvert de glace; et P_v sera donné selon la valeur de t_h , par :

$$P_v = P_s - 4,5 \cdot 10^{-4}(t - t_h) P_a (1 + 1,68 \cdot 10^{-3} T_h) \text{ si } t_h > 0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

ou

$$P_v = P_s - 0,00057(t - t_h) P_a \text{ si } t_h < 0 \text{ } ^\circ\text{C en mm Hg } t, t_h \text{ en } ^\circ\text{C et } T_h \text{ en } ^\circ\text{K}$$

En pratique, cette mesure est réalisée par un appareil appelé "psychromètre" comportant un petit ventilateur qui aspire l'air ambiant et le fait circuler sur les bulbes de deux thermomètres, l'un d'entre eux étant entouré d'une faible épaisseur de coton ou de gaze imbibée par l'eau dans laquelle ces fibres trempent. L'équilibre des températures est atteint au bout de deux à cinq minutes en général. Les thermomètres peuvent être remplacés par des sondes électriques, ce qui permet une sortie donnant P_v tout calculé grâce à un microprocesseur inclus dans le dispositif.

Le capteur peut aussi être une céramique hygroscopique (cristal de Vaisälä, par exemple), dont les propriétés électriques changent avec le degré hygrométrique (rapport P_v/P_s) exprimé en % de l'air.

En tout cas, il est indispensable, pour faire de bonnes mesures, de protéger l'appareil des rayonnements parasites (soleil, chaleur humaine) qui fausseraient complètement les résultats.

Par ailleurs, il faut vérifier que le bulbe humide le soit suffisamment. En cas de doute, il est bon de noter que c'est la température t_h la plus basse qui est a priori la meilleure.

La valeur de P_v change vite selon l'emplacement, et il est délicat d'apprécier le P_v moyen le long d'un trajet important; le passage sur une zone humide (bas fond, vallée, versant nord...) peut créer de grosses discontinuités dans cette grandeur.

2) Mesure de t

Elle se fait couramment avec un simple thermomètre à mercure (d'une précision de 0,2 à 0,1°C) ou des dispositifs électroniques utilisant des thermistors, des thermistances, ou encore des résistances de platine de précision (on peut atteindre le 1/100^e de degré).

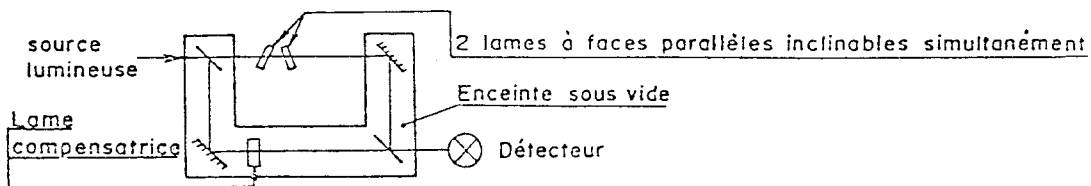
Lorsque le soleil est dégagé, il est difficile de faire de bonnes mesures de t , à cause du rayonnement réémis par le sol. Il convient, lorsqu'on cherche la précision, de se dégager franchement du sol (environ 2 m, voire plus, si possible), de maintenir le thermomètre à l'ombre, et de le lire de loin afin de ne pas le réchauffer, car le corps humain rayonne une quantité appréciable de lumière infra-rouge thermique (bande des 10 μ).

3) Mesure de P_a

Elle se fait par un baromètre, et éventuellement, la pression peut être déduite de l'altitude moyenne de la visée. Pour les travaux précis, des baromètres anéroïdes donnant une pression voisine de 1/10 de mm Hg se trouvent, mais il faut les étalonner périodiquement. Les baromètres à mercure sont plus sûrs, mais sont d'un emploi très délicat sur le terrain. Pour les travaux courants, de petits baromètres donnant 1 ou 2 mm Hg de précision sont généralement suffisants.

4) Mesure directe de n

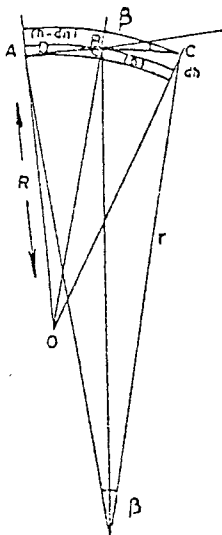
Enfin, il est possible de mesurer n directement grâce à, par exemple, un interféromètre de Mach-Zender et deux lames à faces parallèles :



On asservira la position des lames afin que le détecteur voit toujours la même frange d'interférence. L'inclinaison de la lame permet ainsi de calculer la variation de chemin optique de la zone exposée à l'air ambiant, et ainsi donc l'indice de cet air.

II-2-2) Réfraction atmosphérique - Trajectoire d'une onde électromagnétique dans l'atmosphère

Dans une analyse sommaire de la situation, on peut constater que généralement l'indice de l'air n décroît avec l'altitude, et que $\text{grad}(n)$ est sensiblement vertical. Nous ferons l'hypothèse, statistiquement vérifiée, que l'atmosphère est composée de couches sphériques concentriques d'indices décroissant vers le haut. Étudions ce qui découle d'un tel modèle :



Le rayon lumineux a localement un rayon de courbure r , celui de la Terre est R , β est le changement de direction du rayon en passant d'une couche d'épaisseur dh et d'indice n à une couche d'indice $n - dn$ au-dessus.

Nous avons donc : $n \sin \alpha = (n - dn) \sin (\alpha + \beta)$ (loi de Descartes)

ce qui, au second ordre de β près, donne : $dn \sin \alpha = n \beta \cos \alpha$, et $\beta = \frac{D}{r}$

Comme $D \cos \alpha = dh$, on en déduit :

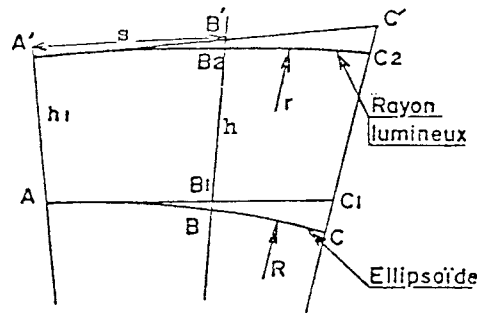
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} \sin \alpha$$

- Comme α varie peu, même sur de grands trajets, cette formule montre que r est sensiblement constant pour une atmosphère à peu près stratifiée où $\frac{dn}{dh}$ est constant dans la zone de mesures.

- r étant très grand, on a coutume de le comparer à R (rayon terrestre); $\frac{R}{r} = k$, k étant appelé coefficient de réfraction.

- Pour des trajectoires longues, α est toujours voisin de $\frac{\pi}{2}$, et $n \cong 1$.

Par ailleurs, se pose le problème de connaître la trajectoire d'un rayon lumineux dans l'air, et particulièrement $h = h(s)$, l'altitude des points en fonction de leur abscisse curviligne s (distance comptée depuis A' le long du rayon lumineux qui est légèrement courbe).



Nous avons : $AA' = h_1$ $BB_2 = h$ $CC_2 = h_2$ $A'B_2 = A'B' = s$ $A'C_2 = A'C' = D$

$$\text{donc : } B'B_2 = \frac{s^2}{2r} \quad C'C_2 = \frac{D^2}{2r} \quad B_1B = \frac{s^2}{2r} \quad C_1C = \frac{D^2}{2R}$$

Comme AA' , BB' et CC' se coupent au centre de la Terre et sont donc concourantes, nous aurons les égalités suivantes :

$$\frac{B'B_1 - A'A}{A'B'} = \frac{C'C_1 - A'A}{A'C'}$$

$$\frac{h_1 - h - \frac{s^2}{2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}{s} = \frac{h_1 - h_2 - \frac{D^2}{2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}{D}$$

donc, $h_{(s)} = h_1 - \frac{s}{D} (h_1 - h_2) - \frac{s}{2R} (D - s)(1 - k)$ puisque $k = \frac{R}{r}$.

Dans une atmosphère ainsi modélisée, soit $a = \frac{dn}{dh} = \frac{n}{r \sin \alpha} \approx \frac{1}{r}$. Nous avons (1) $n = n_0 + a(h - h_0)$ si, à l'altitude h_0 , n vaut n_0 . Or, $a = \frac{1}{r} = \frac{k}{R}$. Si nous cherchons alors la valeur moyenne n_m le long du trajet lumineux, nous voyons que :

$$n_m = \frac{1}{D} \int_0^D n(s) ds = \frac{1}{D} \int_0^D (n_0 + ah_{(s)}) ds$$

ce qui finalement donne, avec $n_1 = n_0 + a(h_1 - h_0)$ et $n_2 = n_0 + a(h_2 - h_0)$

$$n_m = \frac{n_1 + n_2}{2} - \frac{(k - k^2)D^2}{12R^2}$$

ce qui montre que l'indice moyen n est la moyenne des indices aux extrémités que pour des distances pas trop longues. Dès que D dépasse 15 km, par exemple, il est bon de tenir compte de la "seconde correction de vitesse" (comme l'appellent les Anglais)

$$c = - \frac{(k - k^2)D^3}{12R^2}$$

On prend ordinairement pour k la valeur déduite de n_1 et n_2 aux extrémités, compte tenu de la dénivelée $h_2 - h_1$:

$$k = Ra = R \frac{dn}{dh} = R \frac{\Delta n}{\Delta h} = k \frac{n_2 - n_1}{h_2 - h_1}$$

Utilisation de mesures d'angles zénithaux réciproques et simultanés : il s'agit en fait de mesurer au même moment Z_1 et Z_2 depuis les deux extrémités de la visée.

AB est le rayon lumineux, de longueur D; d'où :

$$\alpha = \frac{D}{2r} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{D_0}{2R}$$

Dans le triangle ABC :

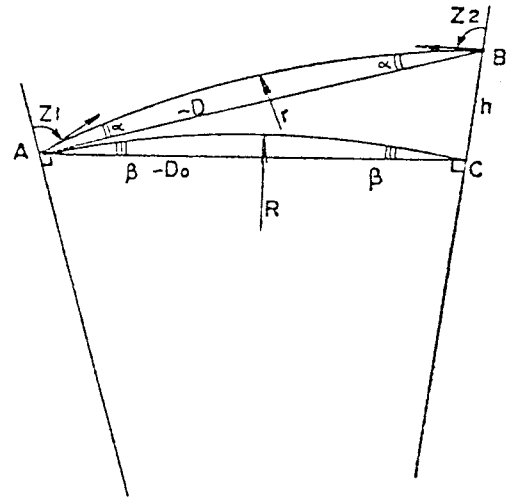
$$A = \frac{\pi}{2} - Z_1 + \frac{D_0}{2R} - \frac{D}{2r}$$

$$B = \pi - Z_2 - \frac{D}{2r}$$

$$C = \frac{\pi}{2} + \frac{D_0}{2R}$$

d'où, comme $A + B + C = \pi$

$$\frac{Z_1 + Z_2}{2} = \frac{\pi}{2} = \frac{D_0}{2R} - \frac{D}{2r} = \frac{D}{2R} (1 - k).$$



Notons en outre que la loi des sinus donne :

$$\frac{D}{\sin C} = \frac{h}{\sin A}$$

Compte tenu de la relation ci-dessus et de la petitesse de β ,

$$h = D \sin \frac{(Z_2 - Z_1)}{2} \cos \frac{D_0}{2R} \approx D \sin \frac{Z_2 - Z_1}{2}$$

Nous voyons donc que l'emploi de mesures d'angles zénithaux réciproques et simultanés, outre le fait que cela permet de calculer h , présente aussi l'intérêt de mesurer le coefficient de réfraction k , qu'il sera toujours intéressant de comparer avec la seule autre solution pour l'obtenir habituellement :

$$k_1 = \frac{n_1 - n_2}{R(h_1 - h_2)}$$

$$k_2 = 1 + \frac{R}{D} (\pi - Z_1 - Z_2)$$

k étant généralement compris entre 0,10 et 0,20, une incohérence entre k_1 et k_2 montrera que n_1 et n_2 ne sont guère représentatifs de l'indice réel aux extrémités de la visée.

Le "modèle météo" de la relation (3) peut facilement être amélioré en effectuant des mesures de n entre les extrémités, mais pas nécessairement à proximité du faisceau, pourvu que l'altitude des points de mesure soit connue.

II-3) Précision des mesures

La relation donnant la distance à partir des autres éléments de mesure est :

$$D = \left(\frac{\Delta\phi}{2\pi} + m \right) \frac{C_0}{2nf} + a$$

a est la constante d'appareil
 m est un entier

Généralement, l'appareil affiche $D_0 = \left(\frac{\Delta\phi}{2\pi} + m \right) \frac{C_0}{2n_0 f} + a$

qui serait réellement D si on avait $n = n_0$. Le but de cette opération est d'obtenir un affichage qui ressemble à une distance; ce procédé présente toutefois le risque de créer une confusion chez l'utilisateur : D_0 est en fait physiquement un temps, même multiplié par des constantes diverses qui lui donnent l'aspect d'une longueur.

$$\text{Donc, } D = D_0 \times \frac{n_0}{n} \quad \text{ou encore } D = D_0 (1 + 10^{-6} (N_0 - N)).$$

Là, les constructeurs prennent des options diverses :

- Soit N_0 , qui est choisi arbitrairement, est pris de manière à avoir une valeur voisine des valeurs courantes trouvées sur le terrain, compte tenu du climat.

- Soit N_0 est choisi exprès très loin des valeurs courantes. La première solution permet, pour des mesures courtes et expédiées, de ne pas tenir compte de ce terme "correctif" $D_0 (N_0 - N) \times 10^{-6}$ qui restera petit; alors que la seconde solution évitera le risque d'erreur consistant à se tromper de signe pour la correction : dans ce cas, $N_0 - N$ a toujours le même signe.

Quoiqu'il en soit, N_0 est donné par le constructeur à sa guise; en fait N_0 est conditionné par le choix de f , car systématiquement, $\frac{c_0}{2n_0f}$ donne une longueur "ronde" de 5 m ou 10 m, par exemple. Donc, la connaissance de n_0 permet d'accéder à celle de f .

- Les sources d'erreurs seront dès lors les suivantes :
- Erreur sur $\Delta\phi$
 - Erreur sur f
 - Erreur sur la constante a
 - Erreur sur n

II-3-1) Erreurs liées à la vitesse de l'onde électromagnétique

Il s'agit là des erreurs concernant n . On a :

$$\frac{dD}{D} = \frac{dn}{n} \approx 10^{-6} dN$$

et l'erreur sur N représente directement en ppm (parties par million) l'erreur proportionnelle sur la distance mesurée D .

II-3-1-1) Ondes lumineuses

Nous avons vu que dans ce cas :

$$N = A \frac{P_a}{T} - B \frac{P_v}{T}$$

Ce calcul montre aisément que dans ces conditions ordinaires $dN = -1,0 dT + 0,37 dP_a - 0,05 dP_v$
Donc :

La pression partielle de vapeur d'eau P_v n'a pas besoin d'être déterminée avec précision. Selon la température, $dD/D = 10^{-6}$ correspond à plusieurs degrés d'erreur sur t_h .

La pression atmosphérique P_a n'est guère critique, le seuil de $dD/D = 10^{-6}$ correspond à 3 mm Hg d'erreur. On peut donc ne mesurer P_a que d'un côté de la visée et déduire la valeur moyenne de P_a à partir de la dénivelée entre les extrémités, même pour des mesures précises.

La température est clairement le facteur qui limitera toujours la précision. $dD/D = 10^{-6}$ correspond à un degré d'erreur, ce que l'on risque très facilement en mesurant aux extrémités de la visée sans précautions particulières, d'autant qu'à cause de l'échauffement anormal des couches d'air près du sol, la moyenne des températures extrêmes sera souvent plus élevée que la vraie température moyenne le long du faisceau.

Pour des distances courtes ($D < 2$ km), la résolution ordinaire de 5 mm de l'appareil rend inutile des mesures de P_v , peu importante la mesure de P_a (15 mm Hg sont suffisants) et pas très critique celle de t (à 3° près, par exemple).

Pour les distances longues, la recherche de précision passera essentiellement par des mesures soignées de t , et on plafonnera en général aux alentours de $dD/D = 10^{-6}$.

Si nous nous plaçons dans des conditions exceptionnelles, sur longues et très longues distances, de nuit ou avec un fort couvert nuageux et avec un vent soutenu, on peut atteindre des valeurs pour dD/D de $5 \cdot 10^{-7}$ et parfois mieux encore.

Par ailleurs, $dN/d\lambda$ vaut depuis -180 ($\lambda = 0,4 \mu$) jusqu'à -14 ($\lambda = 0,9 \mu$). Donc, pour les appareils dont la fréquence de la porteuse n'est pas implicitement définie par la technologie employée (cas des D.E.L. As-Ga), il faudra connaître λ avec précision; à $0,9 \mu$, par exemple, une erreur de $0,015 \mu$ sur λ crée une erreur de 10^{-6} sur la distance mesurée...

II-3-1-2) Ondes centimétriques

La même analyse pour la formule donnant N en fonction de P_a , P_v et T montre que :

$$dN = -1,4 dT + 0,4 dP_a + 6,2 dP_v$$

Calculons donc P_v pour des conditions météorologiques ordinaires :

$$dP_v = -0,0007 (t - t_h) dP_a - 0,5 dT + [0,07 P_s + 0,5] dt_h$$

Nous voyons ainsi que seules les mesures de t et de t_h ont quelque importance dans le bilan final, avec

$$dP_v = -0,5 dt + (0,07 P_s + 0,5) dt_h$$

dès que P_s dépasse 10 mm Hg (soit pour $t_h > 11$ °C), le second terme devient nettement prépondérant et atteint des valeurs considérables pour des températures élevées

$$dP_v = -0,5 dt + 1,7 dt_h \text{ pour } t_h = 20^\circ \text{ (climats tempérés)}$$

$$dP_v = -0,5 dt + 3,5 dt_h \text{ pour } t_h = 35^\circ \text{ (climats tropicaux)}$$

Nous pouvons en conclure ceci :

Les mesures de P_a et de t ont une importance sensiblement comparable avec celle trouvée pour l'emploi d'ondes porteuses lumineuses. Le seuil $dD/D = 10^{-6}$ est atteint pour $dt = 0,7$ °C (au lieu de 1°C) ou pour $dP_a = 2,5$ mm Hg (au lieu de 3).

Les conclusions à en tirer seront donc à peu près les mêmes.

Toutefois, l'influence de P_v devient extrêmement forte, et c'est évidemment là que se trouve le facteur limitant; à 20° , $dD/D = 10^{-6}$ nécessite une connaissance du t_h moyen à $1/10^6$ de degré près, ce qui est parfaitement inaccessible. Il sera en général illusoire de chercher à obtenir sur longues distances mieux que $5 \cdot 10^{-6}$ d'erreur relative.

Il faut tout de même noter des cas particuliers qui constituent des exceptions importantes.

- En pays froids, pour $t_h < 0$, P_s devient très faible. Ainsi, $dP_v = -0,5 dt + 0,7 dt_h$ pour $t_h = 0^\circ\text{C}$; la valeur limite du coefficient de dt_h pour des températures basses étant de $0,00057 P_a$, soit aux environs de 0,4.

- Et surtout, dans le cas où le trajet de l'onde électro-magnétique se fait entièrement dans le brouillard.. C'est en effet un cas où P_v est parfaitement connu, puisque $t = t_h$ et donc $P_v = P_s$; Il est alors possible de faire d'excellentes mesures et d'obtenir une erreur proportionnelle sur D atteignant 10^{-6} .

II-3-1-3) Intérêts comparés de ces deux classes de stadimètres électroniques

De ce que nous venons de voir se dégagent alors des conclusions relativement évidentes :

- Sur courtes portées ($D < 2$ km), il est rare que des problèmes de visibilité se posent sérieusement, et les erreurs proportionnelles ne sont pas à craindre. On utilisera surtout des appareils de faible précision à DEL As-Ga, qui seront capables de donner une erreur de l'ordre du centimètre sur la distance.

- Sur moyennes portées ($D < 15$ km), les appareils à ondes lumineuses seront nettement plus précis, mais d'un emploi déjà bien plus incertain que les appareils à ondes centimétriques; ces derniers permettront de faire la mesure quelles que soient les circonstances, mais ce sera une mesure entachée d'erreurs dues à N bien plus importantes. Le fait d'opérer en plusieurs séries de mesures avec des conditions différentes n'améliorera pas systématiquement le résultat.

- Sur longues portées, les mêmes arguments restent valables, à ceci près qu'au-delà de 50 km, il est généralement très difficile de mesurer de jour avec un laser. Les appareils à micro-ondes apportent de plus l'agrément d'une liaison phonique absolument sûre et discrète. Toutefois, les critères de précision analysés ci-dessus montrent que, sauf cas exceptionnels, il y a aux environs d'un facteur cinq entre les erreurs dues aux conditions météorologiques sur ces deux classes d'appareils.

II-3-2) Erreurs liées à la mesure du temps de propagation - Erreurs instrumentales

II-3-2-1) Erreur proportionnelle

Si l'oscillateur principal de l'appareil est censé donner une certaine fréquence f_0 , ce qui implicitement détermine le N_0 de l'instrument (par $\frac{c_0}{n_0 f_0} =$ une longueur ronde (10 m par exemple)), il est clair que le vieillissement de l'appareil entraîne généralement un décalage de cette fréquence plus ou moins régulier dans le temps, et par là même, une modification de la valeur du N_0 . L'ignorance de l'écart entre f et sa valeur f_0 théorique entraîne une erreur systématique et proportionnelle :

$$\frac{dD}{D} = \frac{f - f_0}{f_0}$$

Si la fréquence f est plus élevée que f_0 , la longueur d'onde de modulation devient trop courte, le comptage $\left(\frac{\Delta\phi}{2\pi} + m\right) \frac{c_0}{n_0 f_0}$ sera alors trop élevé et la correction à ajouter sera négative. Cette erreur reste généralement petite et doit donner, pour la portée maximale de l'appareil, une valeur comparable à la résolution du phasemètre. A grande distance, c'est N qui doit rester le facteur limitant, d'où l'usage d'oscillateurs tels que $\frac{f - f_0}{f_0}$ soit plus petit que 10^{-6} .

Cette erreur ne peut être détectée que par mesure directe de la fréquence de l'oscillateur, ce qui exige une fréquencesmètre disposant d'un étalon interne meilleur que celui de l'appareil à étalonner...

Encore faudra-t-il faire attention à ne pas perturber l'oscillateur en faisant la mesure, ce qui aurait pour effet de décaler artificiellement sa fréquence d'oscillation.

II-3-2-2) Erreur cyclique

Dans les appareils anciens utilisant un résolveur, autrement dit un dispositif déphasant un signal par rapport à l'autre d'une valeur donnée, une erreur de ce type (c'est-à-dire prenant la même valeur pour des distances ayant entre elles des écarts multiples d'une longueur fixe, la demi-longueur d'onde de modulation en général) apparaissait systématiquement, plus ou moins importante, ceci étant lié aux défauts de linéarité du dispositif déphaseur.

Mais dans tous les appareils classiques, des défauts d'isolation entre la zone d'émission et la zone de réception sont aussi responsables d'erreurs de ce type. En effet, il suffit que le signal électrique envoyé vers le modulateur parasite le détecteur pour superposer ainsi au signal de mesure ayant transité par l'extérieur un autre signal de même fréquence et de déphasage indépendant de la distance. Ce mélange est aussi à l'origine d'une erreur cyclique; on y remédie par un blindage soigné de la zone d'émission ou par une séparation plus ou moins poussée des zones d'émission et de réception.

Cette erreur n'atteint que rarement une amplitude de plus d'un centimètre, mais elle est susceptible d'évoluer dans le temps. Sa "longueur d'onde" est celle de la fréquence fine de modulation, et sa phase à l'origine n'est pas toujours nulle. On peut la mettre en évidence par comparaison des mesures fournies avec des mesures au fil invar, par exemple sur une distance totale de quelques dizaines de mètres s'échelonnant tous les mètres.

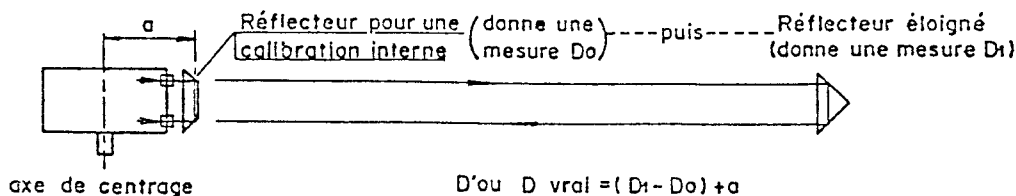
II-3-2-3) Erreur de phase sur la diode émettrice pour les appareils à DEL As-Ga

Nous avons vu son origine précédemment. Elle a une amplitude qui peut atteindre plusieurs centimètres en bordure de champ; on la met en évidence facilement en dépointant l'appareil de son réflecteur et en mesurant, aussi longtemps que la mesure est possible : on voit alors la mesure changer progressivement de valeur. C'est la raison pour laquelle il est difficile de mesurer dans une atmosphère turbulente (longues rasances au soleil); le phasemètre voit se succéder de façon aléatoire des valeurs exactes (centre du champ), puis erronées (bordure de champ), et la moyenne est, selon le cas, considérablement faussée. Il faudra alors abandonner l'idée de faire la mesure si l'on cherche à faire un travail précis.

II-3-2-4) Erreur constante

Lorsque le phasemètre donne une mesure $\Delta\phi$, il s'agit du déphasage entre des signaux qui ont emprunté des chemins différents; cependant, la différence n'est pas seulement due au trajet dans l'atmosphère, mais aussi à celui dans les différents étages optiques et électroniques, à l'émission comme à la réception. Le déphasage dû à ce trajet interne est de plus susceptible de changer rapidement en fonction de critères variés (température, intensité du signal retour, etc.).

Donc, tous les stadimètres électroniques disposent d'une séquence manuelle ou automatique de calibration interne, plus ou moins longue, et répétée plus au moins souvent. Elle consiste à renvoyer le signal à l'émission dans la réception sans passer par l'extérieur. On mesure ainsi un trajet interne, et cette mesure est soustraite de celle qui sera effectuée ensuite sur le réflecteur lointain. Il suffit alors de rajouter la distance géométrique entre l'axe de centrage mécanique de l'appareil et l'endroit où ce "court-circuit" entre émission et réception est effectué.



L'ensemble de ces opérations peut être effectué automatiquement par l'éventuel microprocesseur. La valeur de a prend en compte également la correction due au système réflecteur.

Le problème qui se pose vient alors du vieillissement de l'appareil, des légères déformations mécaniques de l'ensemble et des changements mineurs dans les composants optiques qui entraînent une variation de a dans le temps. Pour des mesures précises, il est bon de mesurer cette grandeur périodiquement.

II-3-2-5) Étalonnages des stadimètres électroniques avec une base à trois stations ou plus non connue

Nous voyons que, εf étant l'écart de fréquence, d et ϕ étant l'amplitude et la phase initiale de l'erreur cyclique et k étant l'erreur constante sur la mesure D de la longueur D_0 (k est l'erreur, a priori inconnue, effectuée en utilisant une valeur de "a" erronée par suite d'un dérèglement de l'instrument) :

$$D = D_0(1 + \varepsilon) + d \sin(2\pi f D_0 / C + \phi_0) + k$$

Supposons que nous disposions de trois stations alignées ABC. Si nous notons D_{AB_0} la distance vraie AB et D_{AB} la mesure donnée par l'appareil, nous aurons :

$$D_{AB} = D_{AB_0}(1 + \varepsilon) + d \sin(2\pi f D_{AB} / C + \phi_0) + k$$

$$D_{BC} = D_{BC_0}(1 + \varepsilon) + d \sin(2\pi f D_{BC} / C + \phi_0) + k$$

$$D_{AC} = D_{AC_0}(1 + \varepsilon) + d \sin(2\pi f D_{AC} / C + \phi_0) + k$$

Si nous avons choisi D_{AB} , D_{BC} et donc D_{AC} multiples de la longueur d'onde de modulation $\frac{c}{f} = \lambda$, alors nous voyons que $D_{AB} + D_{BC} - D_{AC} = d \sin \phi_0 + k$

Si ensuite nous prenons D_{AB} et D_{BC} égaux à un nombre entier, plus une demi-fois la longueur d'onde de modulation λ , alors $D_{AB} + D_{BC} - D_{AC} = -3d \sin \phi_0 + k$
d'où la valeur de k .

En fait, nous avons décrit ici le processus minimum de mesure, puisque nous n'avons aucun contrôle sur la validité de k . Il est bien préférable d'utiliser au moins quatre points ABCD. Alors, pour ce cas (base à quatre stations) :

si D_{AB} , D_{BC} , D_{CD} valent un nombre entier de fois λ

$$D_{AB} + D_{BD} - D_{AD} = d \sin \phi_0 + k$$

$$D_{AC} + D_{CD} - D_{AD} = d \sin \phi_0 + k$$

$$D_{AB} + D_{BC} + D_{CD} - D_{AD} = 2d \sin \phi_0 + 2k$$

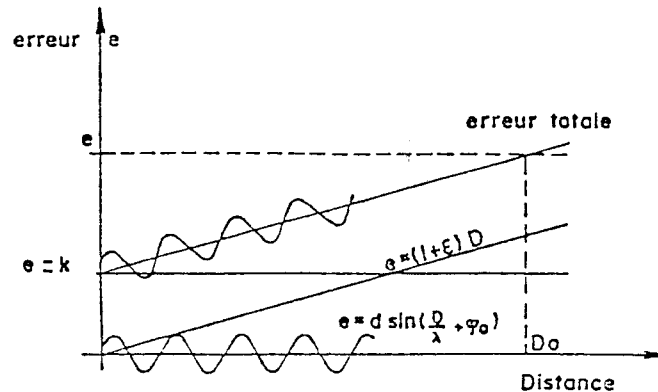
puis, si C par exemple est décalé de $\frac{\lambda}{2}$ vers B ou vers D, on aura :

$$D_{AC'} + D_{C'D} - D_{AD} = -3d \sin \phi_0 + k$$

et

$$D_{AB} + D_{BC'} + D_{C'D} - D_{AD} = -2d \sin \phi_0 + 2k$$

Il y a bien d'autres variantes possibles, qui permettent de calculer avec tous les contrôles désirables k et $d \sin \phi$; bien entendu, les centrages aux diverses stations devront être très soignés (mieux qu'un millimètre si possible). Notons au passage que cela ne permet pas de mettre en évidence l'importance éventuelle de ε .



Graphique montrant la valeur de l'erreur systématique e en fonction de la distance D . La connaissance de e pour un D_0 donné ne permet pas de calculer k , ou ε , ou d , ou ϕ , qui sont les quatre composantes inévitables de e pour les appareils courants.

Avec une base étalonnée

Il n'y a aucun moyen de corriger les mesures ultérieures de l'appareil au vu de l'écart pouvant apparaître lors d'un passage sur une base étalonnée; si ce dernier fait apparaître une valeur e , nous pouvons tout juste dire que :

$$e = \varepsilon D + d \cos(2\pi f D / C + \phi_0) + k$$

Mais il serait aussi parfaitement malvenu d'en déduire que $e = \varepsilon D$ que de prétendre que $e = k \dots$

Si la fréquence a été mesurée, et si des mesures ont été effectuées sur une base à quatre stations comme décrit précédemment, nous avons ainsi les valeurs de ε , de k et de $d \sin \phi_0$ (ce qui n'est pas suffisant pour connaître d ou ϕ_0). Alors le passage sur la base permet de vérifier que le e trouvé est compatible avec les observations faites précédemment. Mais cela ne peut être que l'achèvement d'une procédure d'étalonnage complète et passant au minimum par les étapes décrites ci-dessus, et éventuellement complétée par une mesure détaillée de l'erreur cyclique.

II-3-3) Précision des différents appareils

Il faut distinguer, pour le calcul de l'écart type σ_D sur une mesure de D , la résolution qui est la dernière décimale de l'affichage (le mm), de la précision du phasemètre avec un σ_{ph} de 5 mm. Comme par ailleurs, il y a un écart type prévisible de σ_f sur la valeur de f , lié à la technologie employée pour l'oscillateur et à la mesure de N , nous voyons que

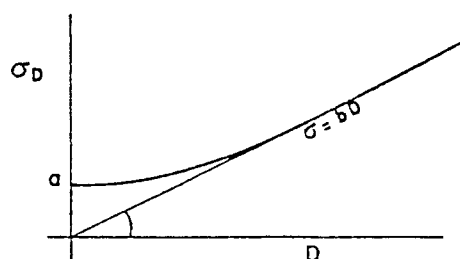
$$\sigma_D^2 = \left(\frac{D}{f}\right)^2 \sigma_f^2 + \sigma_{ph}^2 = D^2 \frac{\sigma_f^2}{f^2} + \sigma_{ph}^2$$

Ainsi les constructeurs annoncent-ils la précision sur une mesure de D , donnée par $\sigma_D^2 = a^2 + b^2 D^2$, en général directement en millimètres pour D exprimé en kilomètres. Plus contestable est l'habitude de présenter ce même σ_D sous la forme $\sigma_D = a + bD$, qui ressemble plus à un calcul de tolérance qu'à un calcul d'écart type, mais qui est très fréquente.

Donc, de mauvaises conditions de mesures :

- augmenteront a , à cause de la turbulence et de la scintillation atmosphérique
- augmenteront b , à cause de mesures des paramètres météorologiques médiocres, qui interviennent en erreur proportionnelle au même titre qu'une incertitude sur la fréquence

et pour D petit : $\sigma_D \approx a$; pour D grand, $\sigma_D \approx bD$



II-4) Les stadimètres électroniques de haute précision

Les appareils courants donnent donc en général une précision qui n'est jamais meilleure que 5 mm. Or, certains besoins de métrologie précise réclament des qualités de mesure bien meilleures, habituellement fournies par les systèmes à fil invar capables de donner un σ_D/D de l'ordre de 10^{-6} sur quelques centaines de mètres (surveillance d'ouvrages d'art, par exemple). Il y a donc eu, en marge des autres stadimètres, le développement d'appareils bien plus précis, selon deux voies différentes :

- augmenter considérablement la résolution ("a" de l'ordre du dixième de millimètre), pour distances courtes;
- améliorer le facteur "b", tout en gardant un "a" très réduit, au moyen d'une bien meilleure connaissance de N et d'un excellent oscillateur.

II-4-1) Les appareils à haute résolution

Actuellement, il s'agit du Mekomètre, du MA 100 et du Geodolite.

- Le MA 100 ($a = 1,5$ mm, $b = 1$ mm/km), fabriqué par Tellurometer, a une portée de 1500 m environ, et sa conception s'apparente aux stadimètres à DEL As-Ga classiques, avec tout de même un oscillateur excellent et un phasemètre à haute résolution (aidé par la valeur élevée de f , voisine de 75 MHz).

- Le Geodolite ($a = 1$ mm, $b = 1$ mm/km), fabriqué par Spectra Physics, est un appareil à longue portée (70 km) à laser, de conception classique, mais très volumineux et lourd (50 kg), nécessitant une alimentation en 110 v de 400 W, ce qui en limite l'emploi sur le terrain.

- Le Mekomètre ($a = 0,2$ mm, $b = 1$ mm/km), fabriqué par COM-RAD et commercialisé par Kern, à courte portée (3 km), est d'une conception entièrement différente, utilisant une fréquence très élevée (500 MHz); le faisceau lumineux modulé en polarisation par un KDP longitudinal, sans polariseur en sortie, est démodulé par un autre KDP longitudinal, sans polariseur en sortie, est démodulé par un autre KDP en phase avec le premier. On peut montrer qu'après traversée d'un polariseur, orthogonal au plan de polarisation initial de la lumière (avant d'entrer dans le premier KDP), on observe un minimum de transmission toutes les fois que

$$D = \rho \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \quad (\rho \text{ entier})$$

Afin que l'on puisse trouver le minimum lorsqu'on a une mesure à faire, la lumière émise parcourt un chemin optique réglable et mesurable dans l'appareil. C'est là une excellente solution pour mesurer un déphasage avec une très grande précision, il ne reste plus du tout d'erreur cyclique, ni d'erreur constante. Une autre originalité de l'instrument est son oscillateur principal, qui est une cavité résonnante communiquant avec l'atmosphère, et fournissant ainsi une longueur d'onde de modulation fixe, quelles que soient les conditions météorologiques.

II-4-2) Appareils à plusieurs longueurs d'onde

Nous avons vu que pour un appareil à ondes lumineuses

$$N = A(\lambda) \frac{P_a}{T} - B(\lambda) \frac{P_v}{T}$$

Supposons que nous mesurions la même distance D avec deux dispositifs utilisant des ondes porteuses de longueurs d'onde différentes. Nous mesurerons alors deux chemins optiques L_1 et L_2 , correspondant à deux indices de l'air n_1 et n_2 différents, avec $L_1 = D \cdot n_1 = D(1 + 10^{-6} N_1)$ et $L_2 = D \cdot n_2$

Écrivons que :

$$D = L_1 - (L_2 - L_1) \frac{N_1}{N_2 - N_1}$$

Or,

$$\begin{aligned} \frac{N_1}{N_1 - N_2} &= \frac{A_1 P_a - B_1 P_v}{(A_2 - A_1) P_a - (B_2 - B_1) P_v} \\ &= \frac{A_1}{A_2 - A_1} + \frac{A_1 B_2 - A_2 B_1}{(A_2 - A_1)^2} \left(\frac{P_v}{P_a} \right) + \frac{B_2 - B_1}{(A_2 - A_1)^3} (A_1 B_2 - A_2 B_1) \left(\frac{P_v}{P_a} \right)^2 \end{aligned}$$

au troisième ordre de $\frac{P_v}{P_a}$ près.

Une petite étude sur les valeurs numériques des paramètres ci-dessus montre qu'il faut encore mesurer P_v avec soins, mais qu'à ce prix nous pouvons atteindre une précision bien meilleure qu'avec une seule longueur d'onde, $a = 0,1$ mm et $b = 0,1$ mm/km. Par ailleurs, il faut chercher deux longueurs d'ondes telles que $A_1 - A_2$ soit le plus grand possible.

Sur ce principe ont été conçus deux appareils ayant entre eux les mêmes différences (volume, poids, consommation) que le Geodolite et le Mekomètre. Il s'agit du Terrameter LDM-2 fabriqué aux U.S.A. par Terra Technology, utilisant 442 μm et 633 μm comme longueurs d'onde, avec une portée de l'ordre de 15 km, et du Georan II, en cours d'industrialisation, utilisant 488 μm et 647 μm comme couleurs, avec une portée de l'ordre de 60 km.

On peut ajouter une troisième longueur d'onde pour calculer aussi la valeur moyenne de P_v ; pour ce faire, il est préférable d'utiliser une onde centimétrique à l'aide d'un appareil séparé; on mesure donc L_1 , L_2 et L_3 avec

$$N_1 = A_1 \frac{P_a}{T} - B \frac{P_v}{T} \quad L_1 = D_0 \cdot n_1$$

$$N_2 = A_2 \frac{P_a}{T} - B_2 \frac{P_v}{T} \quad L_2 = D_0 \cdot n_2$$

$$N_3 = C \frac{P_a}{T} - D \frac{P_v}{T} + E \frac{P_v}{T^2} \quad L_3 = D_0 \cdot n_3$$

Le problème posé (trouver D_0) pourra se résoudre par approximations successives, en prenant

$$\frac{P_a}{T} = X, \quad \frac{P_v}{T} = Y$$

et nous aurons trois équations :

$$D_0 + 10^{-6} L_1 A_1 X - 10^{-6} L_1 B_1 Y = L_1$$

$$D_0 + 10^{-6} L_2 A_2 X - 10^{-6} L_2 B_2 Y = L_2$$

$$D_0 + 10^{-6} L_3 C X + 10^{-6} L_2 (D - C + E/T_0) Y = L_3$$

T_0 est une valeur approchée de T ; on calcule alors $\frac{P_a}{T} = Y$; et comme P_a est la seule donnée de terrain que l'on peut mesurer avec une grande précision sans problèmes autres qu'instrumentaux, on pourra en déduire une nouvelle valeur de T . Après quelques itérations de ce processus, on converge vers une valeur T_0 stationnaire et on peut calculer D .

Une autre solution consiste à poser $x = \frac{1}{T}$, $y = \frac{P_v}{T}$ et à résoudre le système en utilisant encore notre bonne connaissance de P_a :

$$D_0 + 10^{-6} L_1 A_1 P_a X - 10^{-6} L_1 B_1 Y = L_1$$

$$D_0 + 10^{-6} L_2 A_2 P_a X - 10^{-6} L_2 B_2 Y = L_2$$

$$D_0 + 10^{-6} L_3 C P_a X + 10^{-6} L_2 (D - C) Y + 10^{-6} E L_3 X Y = L_3$$

ce qui conduit à une équation du second degré en D_0 .

La résolution de cette équation montre que, s'il n'y a aucune limitation instrumentale, il est possible d'atteindre $dD_0/D_0 \cong 10^{-8}$. Mais cela exige une mesure de P_a à 0,05 mm Hg près, ce qui est délicat, une mesure de $L_3 - L_1$ à $5 \cdot 10^{-7}$ près, ce qui ne l'est guère par contre, et surtout une mesure de $L_2 - L_1$ à $3 \cdot 10^{-9}$ près, ce qui sera a priori le principal obstacle technique; à 20 km, cela signifie une résolution de 0,04 mm par voie (L_1 et L_2), ce qui est évidemment très difficile à obtenir. Toutefois, ce principe de mesure est intéressant, car il montre qu'il n'y a plus d'impossibilité théorique à atteindre des précisions relatives qu'on ne savait obtenir que sur quelques mètres par interférométrie. 10^{-8} représente 1 mm à 100 km, et c'est aussi par ailleurs une limite physique à la mesure de longueur terrestre, puisque au-delà de nombreux phénomènes parasites vont "bruiter" l'observation (marées terrestres, dilatations thermiques, etc.).

Des essais utilisant ce principe de mesure ont été menés à bien dès 1974, mais ils n'ont pas conduit jusqu'ici à des réalisations commercialisées. De tels appareils ne deviendront réellement intéressants que lorsqu'ils atteindront un stade bien plus poussé de miniaturisation, permettant d'en faire des instruments de terrain fonctionnant sur batterie.

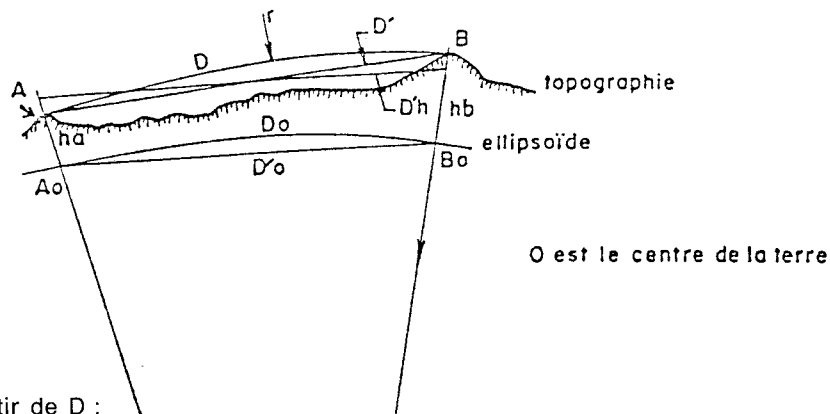
Le modèle de calcul présenté ici se complique dans le cas de grandes distances (> 30 km), à cause de la différence de courbure existant entre les différents rayonnements, ce qui entraîne une différence dans la longueur géométrique du faisceau pour ces différentes longueurs d'onde. On a en effet une différence de l'ordre de 0,04 mm à 30 km de distance entre les trajets géométriques de deux couleurs et cette erreur est proportionnelle au cube de la distance mesurée.

II-5) Les réductions des mesures de distances en topométrie

Les distances mesurées à la surface de la terre entre deux points sont rarement isolées; elles prennent souvent place dans des réseaux, qui sont ainsi conçus qu'il y a, à titre de vérification, plus de mesures entre les points qu'il ne serait nécessaire pour déterminer complètement la figure considérée comme plane.

Par contre, si l'on regarde les points comme formant un polyèdre dans l'espace, il n'y a que rarement assez de mesures de côtés pour qu'il y ait une quelconque surabondance et donc des éléments de contrôle.

Comme le géodésien peut souvent disposer d'éléments qui lui permettent de caculer les altitudes des points stationnés, il est systématiquement fait appel à des formules de réduction qui donnent donc les moyens de projeter tous les points sur l'ellipsoïde, ou bien, pour un réseau de faible étendue, sur un même plan.



Calcul de D_0 à partir de D :

$$\text{Nous avons successivement } D_0 = 2R \operatorname{arc} \sin \frac{D'_0}{2R} = R\alpha$$

Or,

$$\cos \alpha = \frac{2R^2 - D_0'^2}{2R^2} \quad (\text{triangle } A_0B_0O)$$

$$\cos \alpha = \frac{(R + ha)^2 + (R + hb)^2 - D'^2}{2(R + ha)(R + hb)} \quad (\text{triangle } ABO)$$

$$\text{Donc, } D_0' = \sqrt{\frac{D'^2(ha - hb)^2}{\left(1 + \frac{ha}{R}\right)\left(1 + \frac{hb}{R}\right)}}$$

$$\text{Enfin, } D' = 2r \sin\left(\frac{D}{2r}\right) = \frac{2R}{k} \sin\left(\frac{kD}{2R}\right) \quad \text{avec } k = \frac{R}{r}$$

Soit finalement

$$D_0 = 2R \operatorname{arc} \sin \left(\frac{R^2 \sin \frac{kD}{2R} - \frac{k^2}{4} (ha - hb)^2}{k^2(R + ha)(R + hb)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

qui est une formule rigoureuse, dans laquelle :

- R est le rayon de la sphère locale

- ha et hb sont des altitudes comptées depuis l'ellipsoïde, comme altitudes orthométriques. Il convient de remarquer que si l'ellipsoïde est la meilleure approximation possible du géoïde par une surface relativement simple, il ne faut pas oublier qu'il peut y avoir un écart de plusieurs dizaines de mètres entre ces deux surfaces, et que de plus, les altitudes officielles sont comptées depuis le géoïde et non depuis l'ellipsoïde. Il y a lieu d'en tenir compte lorsque les distances en jeu deviennent longues.

Pour l'application pratique de cette formule, il faudra faire attention à la précision des calculs, qui met en cause généralement des angles très petits, et pour lesquels d'éventuels problèmes d'arrondi et de troncature pourraient avoir de fâcheuses conséquences (calculatrices de poche tout particulièrement).

Il existe toute une gamme d'approximations de cette formule qui peuvent être suffisantes pour de petits calculs et interviennent sous forme de corrections :

de D à D' :

$$D - D' = k^2 \frac{D^3}{24R^2}$$

de D' à D'_h , une « réduction à l'horizontale »

$$D' - D'_h = \frac{(h_a - h_b)^2}{2D} = \frac{\Delta h^2}{2D}$$

une « réduction au niveau zéro »

$$D'_h - D'_0 = \frac{D(h_a + h_b)}{2R} = \frac{Dh_m}{R}$$

de D'_0 à D_0

$$D_0 - D'_0 = \frac{D^3}{24R^2}$$

Si les pentes sont importantes, on passera plutôt de D' et D'_0 par la formule vue précédemment :

$$D_0^2 = \frac{D'^2 - (h_a - h_b)^2}{\left(1 + \frac{h_a}{R}\right) \left(1 + \frac{h_b}{R}\right)}$$

Pour avoir une idée de la précision avec laquelle doivent être connus les différents éléments servant à la réduction, nous différencions D_0 :

$$d(D_0) = -\frac{\Delta h}{D} d(\Delta h) - \frac{D}{R} d(h_m) + \frac{Dh_m}{R^2} d(R) + d(D) \frac{hD^3}{12R^2} d(k)$$

donc, en fonction des écarts types sur les mesures de ces éléments :

$$\sigma_{D_0}^2 = \left(\frac{\Delta h}{D}\right)^2 \sigma_{\Delta h}^2 + \left(\frac{D}{R}\right)^2 \sigma_{h_m}^2 + \left(\frac{Dh_m}{R^2}\right)^2 \sigma_R^2 + \left(\frac{kD^3}{12R^2}\right)^2 \sigma_k^2$$

ainsi, nous voyons que si D augmente, h est de moins en moins critique, tandis que h_m et R le deviennent, puis k à son tour pour de très longues distances.

Pression de vapeur saturante P_s en fonction de la température

T_h (°C)	P_s (mm Hg)	Δ = variation de P_s pour ...
- 20	1,0214	0,0847
- 15	1,5144	0,1219
- 10	2,2207	0,1735
- 5	3,2202	0,2439
+ 0	4,6182	0,0329
+ 1	4,9569	351
+ 2	5,3181	374
+ 3	5,7031	399
+ 4	6,1132	425
+ 5	6,5499	452
+ 6	7,0147	481
+ 7	7,5091	511
+ 8	8,0349	544
+ 9	8,5936	0,0578
+ 10	9,1871	0,0613
+ 11	9,8172	651
+ 12	10,4859	691
+ 13	11,1952	732
+ 14	11,9471	776
+ 15	12,7439	822
+ 16	13,5877	871
+ 17	14,4811	921
+ 18	15,4263	975
+ 19	16,4259	0,1031
+ 20	17,4825	0,1089
+ 21	18,5988	1150
+ 22	19,7776	1214
+ 23	21,0218	1281
+ 24	22,3344	1351
+ 25	23,7184	1424
+ 26	25,1769	1501
+ 27	26,7133	1580
+ 28	28,3309	1664
+ 29	30,0330	0,1750
+ 30	31,8233	0,1840
+ 31	33,7054	1934
+ 32	35,6829	2031
+ 33	37,7597	2133
+ 34	39,9396	2238
+ 35	42,2266	2347
+ 36	44,6247	2461
+ 37	47,1381	2578
+ 38	49,7710	2700
+ 39	52,5276	0,2826
+ 40	55,4122	0,2957

--- 1 °C ---

--- 0,1 °C ---

--- de changement de T_h

Formule tabulée : $P_s = \exp(1,53 + 0,071t_h - 0,000222t_h^2)$

(Ducloux, 1977)

Exemple :

Pour $T_h = 3,3$ °C

$$P_s = 5,7031 + 3 \times 0,0399$$

$$= 5,8228$$

et on arrondit seulement à ce moment là :

$$P_s = 5,8 \text{ mm Hg}$$

ONDES LUMINEUSES

(visibles ou infra-rouges)

Formule tabulée :

$$N = A P_a + (B - A) P_v$$

$$N = A P_a - \frac{15,026}{T} P_v$$

P_a , P_v en mm Hg

$$T = t + 273,15$$

A est donné par la table ci-contre en fonction de et de t (température "sèche").

L'expression $-\frac{15,026}{T} P_v$

pourra être approximée à courte distance ($< 15\text{km}$) par la formule approchée

$$- 0,05 P_v$$

d'où

$$N = A(\lambda, t) P_a - 0,05 P_v$$

	HP 3800 B	AGA 8 AGA 6 BL	AGA 6
Température sèche t	$\lambda = 0,92$	$\lambda = 0,6328$	$\lambda = 0,550$
- 10	0,4008	0,4101	0,4159
- 9	0,3993	0,4085	0,4143
- 8	0,3977	0,4070	0,4127
- 7	0,3962	0,4054	0,4112
- 6	0,3948	0,4039	0,4097
- 5	0,3933	0,4024	0,4081
- 4	0,3919	0,4009	0,4066
- 3	0,3905	0,3994	0,4051
- 2	0,3890	0,3980	0,4036
- 1	0,3876	0,3965	0,4021
0	0,3862	0,3951	0,4007
+ 1	0,3848	0,3936	0,3992
+ 2	0,3834	0,3922	0,3977
+ 3	0,3820	0,3908	0,3963
+ 4	0,3806	0,3894	0,3949
+ 5	0,3792	0,3880	0,3935
+ 6	0,3778	0,3866	0,3920
+ 7	0,3765	0,3852	0,3906
+ 8	0,3752	0,3838	0,3893
+ 9	0,3738	0,3825	0,3879
+ 10	0,3725	0,3811	0,3865
+ 11	0,3712	0,3798	0,3851
+ 12	0,3699	0,3784	0,3838
+ 13	0,3686	0,3771	0,3825
+ 14	0,3673	0,3758	0,3811
+ 15	0,3660	0,3745	0,3798
+ 16	0,3648	0,3732	0,3785
+ 17	0,3635	0,3719	0,3772
+ 18	0,3622	0,3706	0,3759
+ 19	0,3610	0,3694	0,3746
+ 20	0,3598	0,3681	0,3733
+ 21	0,3585	0,3669	0,3721
+ 22	0,3573	0,3656	0,3708
+ 23	0,3561	0,3644	0,3695
+ 24	0,3549	0,3631	0,3683
+ 25	0,3538	0,3619	0,3671
+ 26	0,3525	0,3607	0,3658
+ 27	0,3514	0,3595	0,3646
+ 28	0,3502	0,3583	0,3634
+ 29	0,3490	0,3571	0,3622
+ 30	0,3479	0,3560	0,3610
+ 31	0,3467	0,3548	0,3598
+ 32	0,3456	0,3536	0,3586
+ 33	0,3445	0,3525	0,3575
+ 34	0,3434	0,3513	0,3563
+ 35	0,3423	0,3502	0,3552
+ 36	0,3412	0,3491	0,3540
+ 37	0,3401	0,3479	0,3529
+ 38	0,3390	0,3468	0,3517
+ 39	0,3380	0,3457	0,3506
+ 40	0,3369	0,3446	0,3495

Formule d'Edlen (1966) approchée et mise sous la forme

$$N = A(\lambda) \frac{P_a}{T} - B(\lambda) \frac{P_v}{T}$$

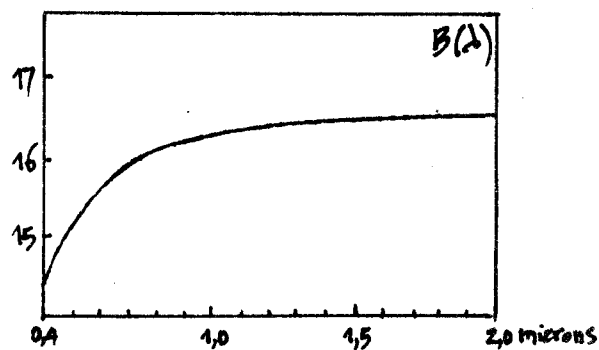
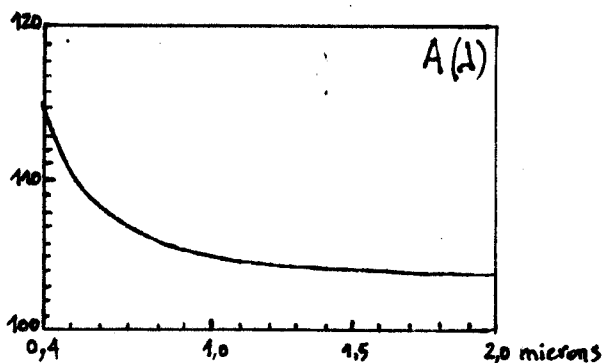
P_a , P_v en mm Hg

T en °K

λ en microns

Valeurs de $A(\lambda)$ et $B(\lambda)$ en fonction de λ

λ (microns)	$A(\lambda)$	$B(\lambda)$	λ (microns)	$A(\lambda)$	$B(\lambda)$
0,400	115,305	14,263	0,700	106,971	15,955
0,410	114,670	14,384	0,710	106,866	15,978
0,420	114,085	14,496	0,720	106,765	16,000
0,430	113,546	14,601	0,730	106,668	16,021
0,440	113,047	14,699	0,740	106,575	16,041
0,450	112,584	14,790	0,750	106,487	16,060
0,460	112,155	14,875	0,760	106,401	16,079
0,470	111,755	14,955	0,770	106,320	16,097
0,480	111,383	15,030	0,780	106,241	16,114
0,490	111,035	15,100	0,790	106,165	16,131
0,500	110,709	15,167	0,800	106,093	16,147
0,510	110,404	15,229	0,810	106,023	16,162
0,520	110,118	15,288	0,820	105,956	16,177
0,530	109,849	15,344	0,830	105,891	16,191
0,540	109,596	15,396	0,840	105,829	16,205
0,550	109,358	15,446	0,850	105,769	16,219
0,560	109,133	15,493	0,860	105,711	16,231
0,570	108,921	15,538	0,870	105,655	16,244
0,580	108,720	15,580	0,880	105,601	16,256
0,590	108,530	15,620	0,890	105,548	16,267
0,600	108,350	15,658	0,900	105,498	16,279
0,610	108,180	15,695	0,910	105,449	16,290
0,620	108,017	15,729	0,920	105,402	16,300
0,630	107,863	15,762	0,930	105,357	16,310
0,640	107,717	15,794	0,940	105,313	16,320
0,650	107,577	15,824	0,950	105,270	16,330
0,660	107,445	15,852	0,960	105,229	16,339
0,670	107,318	15,879	0,970	105,189	16,348
0,680	107,197	15,906	0,980	105,150	16,356
0,690	107,082	15,931	0,990	105,113	16,365
0,700	106,971	15,955	1,000	105,076	16,373



Tout droit de reproduction ou de traduction réservé pour tous pays.

© IGN 1985

Imprimerie de l'INSTITUT GÉOGRAPHIQUE NATIONAL
136 bis, rue de Grenelle - 75700 PARIS

Dépôt légal 1^{er} trimestre 1985

N° d'édition : 110 – N° d'impression : 131