

## Chapitre 3

# Confection de modèles numériques de terrain et de surfaces

La modélisation mathématique d'un paysage est une étape très importante des processus photogrammétriques. Elle a plusieurs applications clés, et parmi elles la cartographie d'intervisibilité (usage de modèles numériques pour les télécommunications par téléphones cellulaires par exemple), les études hydrologiques, la préparation d'éléments de rédaction cartographique (courbes de niveau), et la préparation d'orthophotographies. Nous examinerons quelques points importants qui ne sont pas, strictement parlant, liés à l'aspect numérique de la photogrammétrie elle-même, mais qui sont des éléments de production tellement intégrés à la photogrammétrie d'aujourd'hui qu'en fait il est nécessaire de les analyser aussi complètement que possible. Nous verrons comment sont définis et spécifiés les divers modèles numériques de surfaces, MNT, MNE, MNS (*cf.* sections 3.1 et 3.2), comment l'échantillonnage du terrain levé est effectué (*cf.* section 3.3), comment enlever le sur-sol quand on veut obtenir un MNT (*cf.* section 3.4), comment construire une triangulation optimale sur un modèle numérique et donc comment décrire une surface de la meilleure façon possible (*cf.* section 3.5), comment extraire les lignes caractéristiques de terrain automatiquement, comment ces lignes sont nécessaires afin pour minimiser les défauts de tout MNT, en particulier pour les aspects hydrologiques (*cf.* section 3.6). Enfin, nous concluons sur quelques définitions, quelques considérations de qualité et quelques remarques pratiques au sujet de la production d'orthophotographies numériques (*cf.* sections 3.7 à 3.9).

### 3.1. Définition des MNT et MNE et spécifications<sup>1</sup>

#### 3.1.1. Définition des MNS, MNE et MNT

Un modèle numérique d'élévation (MNE) est une représentation numérique d'un objet existant ou virtuel et de son environnement, comme les ondulations du terrain dans une région sélectionnée. Le MNE est un concept générique qui peut faire référence à l'altimétrie du terrain mais aussi à toute couche au-dessus du terrain telle que végétation ou bâtiments. Quand l'information est limitée à l'altimétrie du terrain, le MNE est appelé modèle numérique du terrain (MNT) et fournit de l'information sur l'élévation de tout point du terrain. Quand l'information décrite est la valeur maximale de hauteur au-dessus du sol dans chaque maille, le MNT est appelé un modèle numérique de surface ou MNS.

Les paysages naturels sont trop complexes pour être modélisés analytiquement, de sorte que l'information est faite le plus souvent d'échantillons. Théoriquement, un modèle « authentique » devrait inclure aussi une loi de l'interpolation qui donnerait accès à toute valeur de l'élévation entre les échantillons, mais cela n'est généralement pas laissé à la disposition de l'utilisateur final.

En même temps qu'avec les données d'altimétrie, la spécification d'un MNE est fournie par des données auxiliaires. La spécification qui est une description du jeu de données est nécessaire pour que les utilisateurs accèdent aux données, les transmettent ou les analysent. Elle consiste en plusieurs caractéristiques qui peuvent être considérées comme nécessaires.

#### 3.1.2. Spécification des MNE

La spécification d'un MNE inclut généralement deux genres de paramètres. D'un côté les spécifications standard d'altimétrie ne sont pas différentes du cas des cartes analogiques, paramètres typiquement géodésiques (ellipsoïde, projection, origine des altitudes...) et localisation géographique (coordonnées des coins par exemple) sauf, bien entendu, l'échelle, qui est sans signification dans le cas de cartes numériques.

De l'autre côté, un MNE est un produit numérique qui ne peut pas mener à une grille altimétrique sans quelques spécifications :

– le format numérique, *i.e.* un type (entier, caractère, réel...) et sa longueur (souvent 2 octets) ;

---

1. Cette section a été rédigée par Laurent POLIDORI et Nicolas PAPANODITIS.

– la signification de valeurs numériques, *i.e.* l'unité (mètre ou pied) et dans quelques cas, les coefficients d'une loi conversion, par exemple une transformation linéaire qui adapte les valeurs à un intervalle spécifié ;

– la structure de la grille qui peut être irrégulière (par exemple les réseaux irréguliers triangulaires ou les courbes de niveau digitalisées) ou régulière (typiquement une grille régulière à maille carrée) ;

– dans le cas d'une grille régulière à maille carrée, qui est de loin la structure la plus habituelle, une spécification importante est la dimension de la maille – à ne pas considérer bien sûr comme une résolution.

L'impact de ces spécifications sur la qualité du MNE est discuté dans la section 3.2.

### 3.1.3. Représentation de Modèles Numériques

#### 3.1.3.1. Grille à trame régulière (GR)

Les grilles à trame régulière sont bien adaptées à la représentation de surfaces 2,5 D, c'est-à-dire de surfaces qui peuvent être décrites par une fonction mathématique 3D de forme  $z = f(x, y)$ . Les grilles à trame régulière décrivent une représentation régulièrement échantillonnée de cette fonction  $f$  qui suppose implicitement la définition d'une projection (où la forme  $z = f(x, y)$  est valide) définissant l'expression des coordonnées  $(x, y)$  à partir des coordonnées initiales 3D dans un système de référence Cartésien global. Quand la surface décrit le relief terrestre cette projection est une carte, pour un ellipsoïde donné.

En effet, les GR ont la même géométrie qu'une image où les pixels sont les nœuds de la trame régulière carrée et les niveaux de gris des images élémentaires représentent les élévations. Un de leurs avantages principaux est qu'ils peuvent être visualisés comme images en niveaux de gris ou en couleur avec une Table de correspondance, par exemple hypsométrique. Elles doivent aussi de préférence, pour des raisons de taille des données, avoir été stockées comme des images. Pour passer de l'image à la géométrie et l'information de la grille, quelques paramètres  $(x_0, y_0, dx, dy, b)$  et les unités dans lesquelles ces paramètres sont exprimés, en plus du système de projection de la carte et des paramètres de l'ellipsoïde, doivent être connus et mis dans l'en-tête de l'image / grille ou à part, dans un dossier séparé. La transformation des coordonnées des pixels image  $(i, j)$  aux 3D coordonnées correspondantes  $(x, y, z)$  peut être exprimée ainsi :

$$\begin{aligned} x &= i \cdot dx + x_0 \\ y &= j \cdot dy + y_0 \\ z &= G(i, j) \cdot dz + b \end{aligned} \quad [3.1]$$

$G(i, j)$  est le niveau de gris du pixel  $(i, j)$ .  $(x_0, y_0)$  sont les coordonnées spatiales du pixel de la première colonne et de la première ligne de l'image.  $(dx, dy, dz)$  est le maillage spatial de la grille le long des axes  $x, y$  et  $z$  respectivement.  $b$  est l'élévation qui correspond au niveau de gris 0 dans l'image. Les paramètres  $dz$  et  $b$  sont nécessaires si les niveaux de gris ne sont pas codés comme valeurs flottantes mais comme nombres entiers à 8 ou 16 bits.

Comme pour tous les modèles d'échantillonnage, une grille régulière peut décrire beaucoup de surfaces possibles. Ce problème se complique encore si nous déterminons l'élévation d'un point qui tombe entre les nœuds de la grille. L'élévation pourra être calculée à partir des élévations aux nœuds voisins de la grille avec une fonction de l'interpolation (bilinéaire, bicubique, etc.).

Le problème avec les modèles GR est que l'échantillonnage spatial de la grille est régulier et donc certains objets du paysage peuvent être décrits correctement à un échantillonnage spatial donné pendant que d'autres, plus petits, ne seront pas bien représentés, et seront donc lissés ou même absents. Utiliser la même densité d'échantillons dans un paysage changeant est sans aucun doute une limite de ces modèles. Une maille adaptative d'échantillonnage est bien préférable pour décrire un monde irrégulier. La distribution de points d'élévation a besoin d'être dense sur les régions de fort relief et bien plus clairsemée sur les régions de plaines. En fait, les points n'ont pas besoin d'être denses mais d'être bien choisis pour décrire la surface aussi bien que le projet l'exige.

De plus, une hypothèse sous-jacente faite en photogrammétrie aérienne est que nous supposons que la surface que nous essayons de modéliser peut être décrite par un graphe de la forme  $(x, y, f(x, y))$ . En fait, cette hypothèse n'est pas toujours valide, par exemple dans les régions urbaines à cause des nombreuses discontinuités 3D. C'est moins vrai dans le cas de la photogrammétrie terrestre où souvent les surfaces apparentes se superposent. Les GR sont une solution facile mais pas générale de modélisation des surfaces.

### 3.1.3.2. Réseaux irréguliers de triangles (RIT, TIN en anglais)

La plupart de systèmes d'acquisition de données conventionnels fournissent des mesures de points clairsemés. Construire une grille régulière (MNS) de ces échantillons est donc souvent contre nature. L'idée de réseaux irréguliers de triangles est d'adapter complètement le modèle aux échantillons en décrivant la surface par des triangles élémentaires où les sommets sont les échantillons eux-mêmes. Ces triangles peuvent être construits à partir des échantillons limités à leurs composantes planimétriques par un processus 2D de triangulation de Delaunay (un très bon algorithme de la triangulation est disponible sur le site web de la Carnegie Mellon University) si la surface est 2,5D et sinon par un

processus 3D de triangulation de Delaunay plus complexe, aussi appelé tétraédrisation. Cette modélisation triangulaire est extrêmement courante en réalité virtuelle et dans monde de la CAO et du DAO.

Les triangles construits par un processus de triangulation ont seulement pour but de définir des voisinages dans lesquels on peut calculer l'élévation en utilisant directement une fonction d'interpolation entre les trois sommets pour un (X, Y) donné.

La fonction de l'interpolation la plus simple est la suivante. Soit T (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>) le triangle considéré où P<sub>1</sub>(X<sub>1</sub>, Y<sub>1</sub>, Z<sub>1</sub>), P<sub>2</sub>(X<sub>2</sub>, Y<sub>2</sub>, Z<sub>2</sub>), P<sub>3</sub>(X<sub>3</sub>, Y<sub>3</sub>, Z<sub>3</sub>) sont les sommets du triangle.

Soit  $\vec{V}((X_1, Y_1, Z_1) - (X, Y, Z))$ ,  $\vec{V}_1((X_2, Y_2, Z_2) - (X_1, Y_1, Z_1))$ ,  $\vec{V}_2((X_3, Y_3, Z_3) - (X_1, Y_1, Z_1))$  et  $(\alpha, \beta, \gamma)$  les coordonnées barycentriques du point P dans T.  $\vec{V}$  est dans le plan défini par  $(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$  si  $\vec{V}$  peut s'exprimer de façon unique sous la forme  $\vec{V} = \mu \cdot \vec{V}_1 + \nu \cdot \vec{V}_2$  où :

$$\mu = \frac{(\vec{V} \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{k}}{(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{k}} \text{ et } \nu = \frac{(\vec{V} \wedge \vec{V}_1) \cdot \vec{k}}{(\vec{V}_2 \wedge \vec{V}_1) \cdot \vec{k}} \text{ avec } \vec{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \text{ Donc } Z = (\mu \cdot \vec{V}_1 + \nu \cdot \vec{V}_2) \cdot \vec{k}.$$

[3.2]

Au contraire des GR, les échantillons et le jeu de triangles peuvent être non ordonnés, ce qui conduit donc à plus opérations élémentaires coûteuses en temps comme d'interpoler la valeur d'élévation Z pour un (X, Y) donné. En effet tous les triangles doivent être analysés pour déterminer l'ensemble entier de triangles qui contiennent ce point. Pour un (X, Y) donné et pour chaque triangle T dans l'ensemble de triangles nous pouvons calculer les coordonnées de P (X, Y, Z) appartenant au plan qui s'applique sur T comme décrit ci-dessus. Avec l'hypothèse que la surface est 2.5 D, l'analyse de l'ensemble de triangles peut être arrêtée quand P (X, Y, Z) appartient à T, ce qui est vérifié si et seulement si :

$$\begin{cases} \lambda = 1 - \mu - \nu \geq 0 \\ \mu \geq 0 \\ \nu \geq 0 \end{cases} \quad [3.3]$$

En ajoutant une topologie simple (information sur le rangement), noter pour chaque triangle l'indication des trois triangles adjacents limite considérablement le nombre de triangles à analyser. En effet, considérons un triangle T<sub>0</sub>. Nous aimerions déterminer le triangle T qui contient le point (X, Y). Commenant par T<sub>0</sub>, nous chercherons le triangle T<sub>1</sub> adjacent à T<sub>0</sub> dans la direction de (X, Y).

Nous recommencerons ce processus depuis  $T_1$  jusqu'à ce que le triangle courant contienne  $(X, Y)$ . C'est aussi une façon d'analyser des triangles pour produire un profil d'élévation entre des points sur la surface.

Une approche topologique supplémentaire que nous appellerons indexation spatiale peut accélérer de façon impressionnante le nombre de triangles à tester. En effet, l'espace 2D  $(x, y)$  peut être partitionné de façon régulière et récursive, par exemple dans un processus de dichotomie, en boîtes carrées jointes, et les pièces peuvent être triées dans un graphe de l'arbre où chaque nœud du branchement représenterait une boîte rectangulaire – lequel deviendrait plus petit en grimant dans l'arbre – et où les feuilles au bout des branches seraient les pièces elles-mêmes. On devrait remarquer qu'une pièce / feuille pourrait appartenir à plusieurs boîtes / branches. Nous obtenons ici un mélange hybride d'un échantillonnage irrégulier avec un classement régulier qui garde en même temps la flexibilité utile de mailles adaptatives pour décrire les variations du relief et la rapidité d'accès à une information interpolée.

Cette indexation spatiale peut aussi être donnée par une table qui donne pour chaque nœud  $(X, Y)$  de la grille, l'indication du triangle correspondant. Cette table peut être construite en remplissant chaque triangle (limité à ses composants planimétriques) avec la valeur du label / index du triangle à l'intérieur de la carte de la grille. La qualité de cette carte dépendra de son échantillonnage spatial étant donné les problèmes de repliement de spectre (aliasing) qui surviennent près des limites du triangle.

Un inconvénient des modèles RIT bruts est que la pente est identique sur toute la surface de la facette et qu'elle est discontinue entre facettes adjacentes. Si nous supposons de plus que notre technique d'acquisition d'échantillons nous fournit le vecteur normal à la surface et si nous supposons que la surface est lisse et courbée à l'intérieur de la facette et / ou en travers des facettes, nous pouvons améliorer l'approximation de la surface en ajoutant à chaque triangle quelques paramètres pour modéliser localement le comportement de la surface par une fonction analytique, par exemple des splines bicubiques, compatibles en continuité et en dérivabilité avec les facettes adjacentes.

### 3.1.3.3. *Lignes caractéristiques de la surface*

Une surface peut aussi être décrite par des lignes (ou points) caractéristiques et par des courbes de niveau, donnant l'intersection entre la surface et des plans régulièrement espacés dans une direction. Cette modélisation est valide si la surface est 2.5 D. Les courbes de niveau peuvent être acquises directement par restitution manuelle d'une paire stéréo, en utilisant des appareils analogiques, analytiques ou numériques, dérivés d'une grille régulière, d'un RIT ou d'un modèle MNS, ou de cartes digitalisées manuellement ou automatiquement. La

reconstruction d'une surface à partir de courbes de niveau est efficace si la surface est lisse. Sinon l'addition de lignes caractéristiques, par exemple les lignes de rupture de pentes, aide à la régularisation du problème de reconstruction en décrivant les valeurs fortes des dérivées locales la surface.

La modélisation d'une surface de cette façon peut aussi être vue comme une compression des données de la surface réelle. Et la densité de courbes de niveau peut être vue comme un taux de compression de données relativement à une proportion de données perdues.

Pour conclure, le choix d'un de ces modèles et de son paramétrage dépendra des particularités géométriques 3D de l'objet modélisé, des exigences du projet qui utilise le modèle, et aura un impact majeur sur l'exactitude de l'approximation de la surface et sur le volume de données stockées.

### **3.2. Qualité des MNS : validation interne et externe<sup>2</sup>**

#### **3.2.1. Commentaires de base sur la qualité des MNS**

Beaucoup de techniques différentes peuvent être utilisées pour extraire un MNS, selon les données disponibles, outils ou savoir-faire : numérisation de la carte et interpolation, corrélation stéréo d'images optiques, reconstruction à partir des ombres, interférométrie, altimétrie laser, levés de terrain, etc.

Malgré leur variété, chacune de ces techniques peut être décrite comme un processus à deux étapes :

- la première consiste à calculer les positions 3D pour un grand nombre de points de terrain ;
- la deuxième consiste à rééchantillonner les données résultantes pour s'adapter à une structure de grille particulière et un format de données particulier.

Par conséquent, la qualité d'un MNS est le résultat de la façon dont ces deux étapes ont été menées.

Quelle est la qualité d'un modèle numérique de surface ? Fondamentalement, c'est sa capacité à décrire la surface réelle, mais le critère de la qualité ne peut pas être défini sans référence aux besoins de l'utilisateur. L'impact de la qualité des MNS sur la précision des informations dérivées (telles que géomorphologie ou hydrographie) a été analysé par beaucoup d'auteurs pour améliorer la

---

2. Cette section a été rédigée par Laurent POLIDORI.

compréhension de ce que signifie qualité des MNS (par exemple [FIS 91] [LEE 92] [POL 93]).

La pertinence d'un critère dépend de la façon dont il reflète ces exigences, et de la faisabilité d'une validation effective pour vérifier sa réalisation.

### **3.2.2. Les facteurs de qualité des MNS**

Comme rappelé ci-dessus, la qualité d'un modèle numérique de surface est affectée par l'exactitude de la localisation du point et l'efficacité du rééchantillonnage.

#### *3.2.2.1. L'exactitude de l'emplacement du point*

Chaque technique de localisation du point a un budget d'erreur spécifique, avec des contributions en provenance des spécificités du système employé (capteur, plate-forme, etc.), de l'acquisition et du traitement des paramètres.

La plupart des techniques d'extraction de MNS (et en particulier des techniques photogrammétriques et des mesures par profils) sont des techniques directes, ce qui signifie qu'elles fournissent des coordonnées de points où des échantillons adjacents sont indépendants les uns des autres. Ils sont plus adaptés pour cartographier des altitudes que pour cartographier des pentes. Au contraire, les techniques différentielles (telles que la reconstitution de reliefs par les ombres ou l'interférométrie radar) fournissent de l'information sur l'orientation de la surface, c'est-à-dire pente ou azimut. Dans ce cas, les altitudes sont obtenues par intégration de la pente, de sorte que les erreurs de la hauteur sont susceptibles de se propager. Ce phénomène peut être réduit en utilisant différentes trajectoires d'intégration qui se croisent.

En ce qui concerne le rééchantillonnage, son impact sur la qualité du MNS dépend de la géométrie de la grille (structure et densité) et du format des données.

#### *3.2.2.2. La structure de la grille*

Une grande variété de structures de grilles a été proposée pour le rééchantillonnage de MNS. Elles ont été examinées et discutées par les auteurs [BUR 86] [CAR 88]. Trois approches principales peuvent être mentionnées :

– échantillonnage régulier où tous les pas ont une dimension et une forme constantes (la plupart du temps carrée) ;

- échantillonnage semi-régulier qui est basé sur une grille régulière très dense dans laquelle seuls les points utiles ont été sélectionnés ;
- échantillonnage irrégulier où les points du terrain peuvent être localisés n'importe où.

L'échantillonnage régulier a des avantages évidents quant au stockage, mais il n'est pas très rentable pour représenter le relief naturel dont les formes et textures sont principalement irrégulières, à moins que la grille ne soit considérablement densifiée. C'est la raison pour laquelle les méthodes semi-régulières d'échantillonnage progressif ou composite [BUR 86] [CHA 89], et les irrégulières comme les RIT (réseaux irréguliers de triangles, en anglais TIN, cf. [BUR 86] [CHE 87]) sont si satisfaisantes pour décrire le terrain par des MNS.

#### 3.2.2.3. *Densité de la grille*

La densité d'un MNS est fondamentalement un compromis entre des contraintes économiques (qui en général ont tendance à limiter la densité) et les exigences d'exactitude (qui impliquent plutôt une plus grande densité de la grille).

L'impact de dimension de la maille sur la qualité du MNS a été étudié principalement en termes d'erreurs sur la hauteur (par exemple [LI 92]), mais son effet majeur est sur les dérivés de la hauteur. En effet, réduire la densité d'une grille MNS (*i.e.* sous-échantillonnage) supprime les pentes les plus fortes et lisse la surface modélisée.

#### 3.2.2.4. *Les formats de données*

Le format numérique des données doit aussi être mentionné comme contribuant à la qualité des MNS, et en particulier le nombre d'octets par échantillon. Les formats qui utilisent 2 octets (*i.e.* les 65 536 niveaux) autorisent une précision de dix centimètres sur une gamme d'altitude de plus de 6 000 m, et sont utilisés couramment parce qu'ils fournissent un bon compromis entre 1 octet (qui limite l'exactitude) et 4 octets (qui augmentent le volume de données sans utilité).

#### 3.2.3. *La validation interne*

Un ensemble de coordonnées 3D tiré au hasard n'a qu'une très faible chance de représenter un relief réaliste. Par conséquent, il vaut mieux vérifier que le terrain décrit par le MNS est possible, *i.e.* qu'il réalise les propriétés principales des surfaces topographiques. Ces propriétés peuvent être assez simples. Par exemple « les rivières descendent » ou, dans les régions urbaines, « les murs

sont verticaux ». Vérifier à quel point ces propriétés sont respectées n'exige pas les données de la référence mais seulement une connaissance générique des traits du paysage. Pour cette raison, cela peut être appelé validation interne.

La détection visuelle d'artefacts, qui devrait toujours être faite avant la livraison de MNS, est le premier niveau de validation interne.

Les textures irréalistes, telles que bandes ou autres caractéristiques anisotropes, peuvent être révélées par analyse de Fourier ou en comparant les variogrammes dans des directions différentes. Ces objets peuvent résulter de scannérisation d'images [BRU 94] ou d'interpolation de courbes de niveau [POL 91].

Si quelques règles sont universelles (par exemple les rivières descendent), d'autres exigent une expertise au sujet de la géomorphologie (pour la cartographie du relief naturel) ou pour le dessin de structures urbaines (pour l'extraction de bâtiments). Par exemple, l'isotropie de la texture n'est pas supposée être accomplie partout, de sorte qu'un peu de subjectivité est requise pour distinguer l'anisotropie naturelle d'artefacts directionnels. Cette distinction sera plus facile si les algorithmes d'extraction de MNS sont connus, parce que chaque pas de l'extraction peut avoir une contribution aux défauts des objets observés : bruit de la corrélation, image originale rayée, rééchantillonnage de la grille, etc.

#### **3.2.4. La validation externe**

Si les données externes d'altitude sont disponibles et fiables, une validation externe peut être envisagée. Elle consiste à comparer le MNS avec les données de référence. C'est la façon la plus habituelle d'évaluer la qualité des MNS, mais elle est limitée par deux difficultés majeures.

La première difficulté est la disponibilité d'un ensemble convenable de données de référence. En effet, les MNS sont souvent validés avec très peu de points de contrôle, de sorte que la comparaison peut être statistiquement sans signification. De plus, les points de contrôle ont leur propre erreur qui, dans la plupart des cas, n'est pas connue et qui peut avoir le même ordre de grandeur que le MNS qu'ils sont supposés contrôler.

La deuxième difficulté est le besoin d'un critère de comparaison explicite qui doit refléter le cahier de charges. D'un côté, la grandeur à comparer doit être définie : c'est l'altitude dans la plupart des cas, mais la pente ou d'autres grandeurs dérivées pourraient aussi être considérées. De l'autre côté, un critère

statistique doit être défini aussi, généralement basé sur l'histogramme de différences de hauteur : moyenne, écart-type, erreur maximale, etc., ont des significations différentes.

Une façon intéressante de vaincre ces difficultés est de dresser une carte des écarts pour afficher leur comportement spatial. Cette approche de la validation n'est pas quantitative, mais elle apporte des informations très utiles, telles que : quels sont les paysages (quant à forme du relief mais aussi l'occupation du sol) qui sont représentés correctement, et lesquels le sont mal. Par conséquent, elle peut contribuer à améliorer la compréhension d'une technique donnée d'extraction de MNS.

### 3.3. Acquisition 3D de données issues d'images visibles<sup>3</sup>

Les techniques présentées ici sont applicables aux images visibles issues de toutes les plates-formes (hélicoptères, avions, satellites, véhicule terrestre, statique, etc.) et de tous types de senseurs (photos, barrettes DTC, appareil photos à matrices DTC) aussi longtemps que les paramètres internes, relatifs et externes pour chaque vue sont connus. En d'autres termes, nous supposons que le processus d'aérottriangulation a déjà été accompli précédemment. Néanmoins, bien que les concepts restent les mêmes, les processus 3D et l'intégration des processus eux-mêmes peuvent légèrement différer, selon les possibilités d'acquisition de données et les contraintes. Nous signalerons toutes les fois où les particularités du senseur et de la plate-forme ont un impact sur les processus décrits.

En plus de l'estimation du processus particulier induit par la géométrie particulière et la distribution des données, les méthodes et les stratégies à impliquer dépendent de quel genre de données 3D nous voulons extraire des images visibles, c'est-à-dire les mesures de points isolés, ou plus denses et plus régulières pour la génération d'un MNE. Nous commencerons par le plus simple, le traitement d'une paire stéréo pour une mesure 3D individuelle, avant de regarder le traitement global pour la génération d'un MNE élémentaire sur la paire stéréo et d'un MNE global sur le chantier. Nous terminerons en définissant les spécifications adéquates pour un système de lever (et les processus pour l'organiser) établissant les processus permettant d'éviter clairement la plupart des problèmes, et de produire automatiquement un MNE complet et robuste sur le chantier complet.

---

3. Cette section a été rédigée par Nicolas PAPANODITIS.

### 3.3.1. Formulation d'un processus individuel automatique de mise en correspondance de points

L'intérêt majeur de photogrammétrie numérique, en dehors de toutes les facilités de gestion qu'elle fournit, est que les images sont décrites par un ensemble de valeurs numériques régulièrement espacées qui peuvent être manipulées facilement avec des algorithmes. Supposons que  $I_1$  et  $I_2$  sont les deux images numériques qui composent la paire stéréoscopique,  $(i, j)$  la position du point dans le référentiel d'une image, et  $R(i, j)$  la valeur du niveau de gris correspondante.

L'objet de la mise en correspondance numérique, c'est : comment déterminer que tout point  $(i_1, j_1)$  de  $I_1$  et tout point  $(i_2, j_2)$  de  $I_2$  sont semblables ou homologues ? Et plus généralement, comment déterminer que des caractéristiques de  $I_1$  et de  $I_2$  sont semblables ? Cette préoccupation est l'une des plus classiques en photogrammétrie numérique, en traitement d'image et dans les techniques automatiques de reconnaissance de formes.

#### 3.3.1.1. Les attributs d'entité et la mesure de la ressemblance

Comme nous cherchons des correspondances pour un point individuel, nous allons regarder maintenant les entités du point. La plupart du temps, une fonction  $f$  extrait à partir de mesures dans l'image sur ou autour de nos entités de points  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  les vecteurs de l'attribut entité correspondants  $v_1$  et  $v_2$ . Alors une fonction de la ressemblance  $g$  ( $g$  peut être une distance mais cela n'a rien d'obligatoire) en tire une valeur de la ressemblance numérique (ou score)  $C$  qui décrit la ressemblance entre  $v_1$  et  $v_2$  et donc les entités elles-mêmes.  $C$  peut être exprimée comme suit :

$$C((i_1, j_1), (i_2, j_2)) = g(f(i_2, j_2), f(i_1, j_1))$$

#### 3.3.1.2. La fonction d'interpolation

Signalons que les effets de l'échantillonnage de l'image sont tels que le point homologue  $(i_2, j_2)$  d'un point  $(i_1, j_1)$  dans le référentiel de l'image 1 lui-même n'est pas dans le référentiel de l'image 2. Donc la fonction  $f$  devrait utiliser implicitement et se construire sur une fonction d'interpolation  $V$  (bilinéaire, bicubique, sinc, Shannon, etc.) qui détermine la valeur de l'intensité dans tout point sub-pixellaire d'une image à partir de son plus proche voisin dans le référentiel de l'image.

### 3.3.1.3. *Un problème mal posé et combinatoire*

En pratique, comment est-ce que nous construisons  $\mathbf{V}$  et choisissons  $f$  ? Prenons comme exemple  $f$  et  $g$  les plus simples. Par exemple,  $f$  qui donne elle-même la valeur de l'intensité et  $g$  la différence entre les valeurs de l'intensité. À cause du bruit de l'image, de la quantification radiométrique et de l'échantillonnage de l'image, les valeurs du niveau de gris elles-mêmes pour les points homologues sont en général différentes. Donc, beaucoup de points en  $I_1$  auront une valeur d'intensité proche et pour un point donné en  $I_1$  beaucoup de points en  $I_2$  auront des valeurs d'intensité proches. Donc, nous avons un sérieux problème d'appariement et nous pouvons conclure que l'information tirée de  $f$  n'est pas assez caractéristique et que  $g$  n'est pas assez stable et discriminante. Nous affrontons aussi surtout une explosion combinatoire si nous voulons appairer tous les points de  $I_1$ .

Le problème d'appariement d'images numériques appartient à la famille de problèmes mathématiquement mal posés [BER 88]. L'existence, l'originalité, la stabilité d'une solution n'est pas garantie à priori. Ce problème peut être transformé en un bien posé en imposant des contraintes de régularité pour diminuer les degrés de liberté dans l'espace des paramètres afin que le domaine de solutions possibles soit réduit [TIK 63].

### 3.3.1.4. *L'appariement basé sur le voisinage : une première solution à l'ambiguïté*

Une solution à ce problème de l'ambiguïté de l'appariement est de rendre les entités attribués des vecteurs aussi uniques que possible. Au lieu d'égaliser le niveau de gris du pixel, nous pouvons appairer le contexte (tous les niveaux de gris) autour des points homologues. Nous faisons ici la supposition que les contextes sont aussi homologues. Le contexte est la plupart du temps caractérisé par tous les niveaux de gris des pixels au-dedans d'un rectangle (la plupart du temps carré), fenêtre d'analyse (aussi appelée imagerie) centrée sur l'entité, donc avec un nombre impair de lignes  $N$  et de colonnes  $M$ . L'entité peut être décrite par un vecteur avec  $N \times M$  composants. Chaque composant est un niveau de gris d'une imagerie élémentaire, suivant un classement spatial donné (cf. figure 3.1).

Donc, le vecteur décrit le modèle de la texture locale de l'image, ce qui est beaucoup plus judicieux qu'une valeur de l'intensité seule. Plus l'imagerie est grande, plus grand est le pouvoir de discrimination. Mais à cette occasion, notre supposition de stabilité du contexte devient de moins en moins valide.

Appairer les entités est équivalent à appairer leurs vecteurs voisinages. Appairer ces vecteurs est ce que nous appelons un appariement basé sur le

voisinage. L'exigence pour les fonctions de la ressemblance de la région est que leur réponse soit optimale pour les points réels homologues et qu'elles soient aussi stables que possible face à des changements radiométriques et géométriques entre imagettes homologues dans les deux images. Les fonctions de ressemblance les plus communément employées sur ces zones :

– différences de moindres carrés :

$$C1((i1, j1), (i2, j2)) = \left\| \frac{\vec{V}2(i2, j2)}{\|\vec{V}2(i2, j2)\|} - \frac{\vec{V}1(i1, j1)}{\|\vec{V}1(i1, j1)\|} \right\|^2 \quad [3.4]$$

– produit scalaire :

$$C2((i1, j1), (i2, j2)) = \frac{\vec{V}1(i1, j1) \cdot \vec{V}2(i2, j2)}{\|\vec{V}1(i1, j1)\| \cdot \|\vec{V}2(i2, j2)\|} \quad [3.5]$$

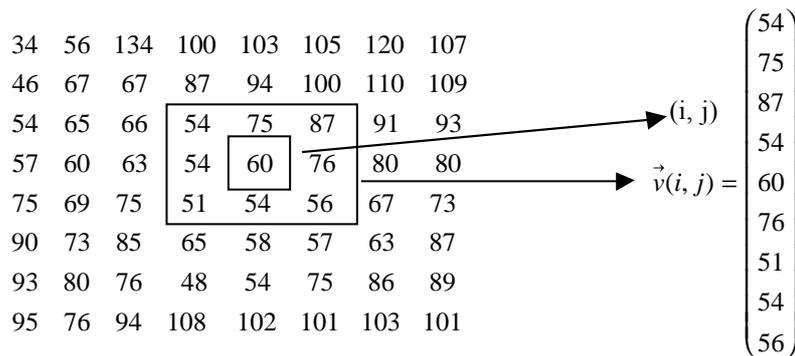


Figure 3.1. L'imagette et le vecteur de radiométries

Pour des raisons de stabilité compréhensibles, les vecteurs sont presque toujours normalisés. Comme le montre la figure 3.2, ces fonctions de ressemblance ont une explication géométrique.  $C_1$  est la norme de  $\mathbf{v}_3$  et  $C_2$  est égal à  $\cos \theta$  où  $\theta$  est l'angle entre  $\mathbf{V}_1$  et  $\mathbf{V}_2$ . Quand les textures sont semblables  $\mathbf{V}_1$  et  $\mathbf{V}_2$  devraient être presque colinéaires. Donc  $C_1$  devrait être près de 0 et  $C_2$  près de 1.

Si les imagettes correspondantes ont la même texture mais sont affectées par des changements radiométriques dûs au fait que les images ont pu être acquises à des dates différentes avec des conditions d'éclairage différentes (satellite à visée latérale) ou ont été scannées dans des conditions différentes,

la qualité du score de la corrélation diminuera considérablement et dégradera donc le processus de discrimination. Pour résoudre ce problème, les vecteurs peuvent être centrés. Donc, si  $m_1$  (resp.  $m_2$ ) est le niveau de gris moyen de l'imagette autour de  $(i_1, j_1)$  (respectivement  $(i_2, j_2)$ ), les résultats de corrélation antérieurs deviennent :

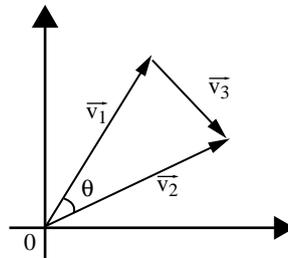
– moindre carrés centrés :

$$C_1((i_1, j_1), (i_2, j_2)) = \left\| \frac{\vec{V}_2(i_2, j_2) - \mu_1}{\sigma_1} - \frac{\vec{V}_1(i_1, j_1) - \mu_2}{\sigma_2} \right\|^2 \quad [3.6]$$

– cross-correlation linéaire :

$$C_2((i_1, j_1), (i_2, j_2)) = \frac{\vec{V}_1(i_1, j_1) \cdot \vec{V}_2(i_2, j_2) - \mu_1 \mu_2}{\sigma_1 \sigma_2} \quad [3.7]$$

Les images ne pourraient-elles pas être prétraitées avec globalement une égalisation de l'histogramme radiométrique ? Certainement pas ! Ce processus changerait la qualité de l'image et par conséquent la qualité du processus d'appariement. En outre, quelques-uns de ces effets sont localisés à l'intérieur des images, par exemple le phénomène de zone brillante (*hot spot*) et les effets non lambertiens. Les contrastes pourraient-ils être renforcés ? Non ! En général nous le faisons quand nous regardons une image, à cause de la sensibilité non linéaire faiblement différentielle de l'œil. Néanmoins, un processus de la corrélation n'a pas de tels problèmes.



**Figure 3.2.** Définition des vecteurs  $V_1$  et  $V_2$

### 3.3.1.5. Définition de la mise en correspondance d'images

Avec l'hypothèse que le problème de mise en correspondance est correctement posé, si  $(i_2, j_2)$  est homologue de  $(i_1, j_1)$  dans le domaine d'hypothèses  $S$  admissibles dans  $I_2$ , alors une des deux expressions suivantes doit être vérifiée pour une fonction de similarité  $C$  donnée :

$$(i_2, j_2) = \underset{(i,j) \in I_2/S}{\text{ArgMax}} C(\vec{V}_1(i_1, j_1), \vec{V}_2(i, j))$$

$$\text{ou } (i_2, j_2) = \underset{(i,j) \in I_2/S}{\text{ArgMin}} C(\vec{V}_1(i_1, j_1), \vec{V}_2(i, j)) \quad [3.8]$$

### 3.3.1.6. Les hypothèses géométriques

Le processus d'appariement basé sur le voisinage décrit ci-dessus repose sur une l'hypothèse majeure. En effet, nous avons supposé implicitement que l'imagette homologue de l'image 1 peut être trouvée dans l'image 2 par un simple décalage. En général, les différences dans la géométrie d'observation entre les deux vues (dues à la turbulence) et les déformations dues au relief du paysage sont telles que cette supposition n'est pas vérifiée strictement.

### 3.3.1.7. L'appariement basé sur les détails

Si l'entité du point lui-même tombe sur un détail caractéristique de l'image, *e.g.* un contour, correspondant à une structure 3D caractéristique de la scène, le point homologue peut être cherché dans l'ensemble des entités des détails dans l'autre image. Cela restreindra le problème combinatoire et donc le problème de l'ambiguïté. En outre, ces entités sont moins sensibles aux déformations géométriques. Néanmoins, par exemple dans un paysage urbain, beaucoup de détails d'images se ressemblent, et trouver des caractéristiques ou discriminer les attributs de l'entité est difficile et quelquefois impossible. De plus, les entités elles-mêmes ne sont pas stables, et donc le problème de l'ambiguïté subsiste. L'appariement basé sur les détails est aussi un problème mal posé et il est limité à un ensemble clairsemé de points dans la scène et ne fournit donc pas l'universalité de l'appariement basé sur le voisinage pour chaque point dans la scène ou dans les images.

### 3.3.1.8. Contraintes géométriques de la paire stéréoscopique : une deuxième solution au problème de l'ambiguïté

Une deuxième façon de limiter le problème de l'ambiguïté est de réduire la combinatoire du problème d'appariement. En effet, plus le nombre d'hypothèses homologues possibles est grand, plus la probabilité de rencontrer des ambiguïtés appariées est importante pour une dimension donnée de l'imagette. Les paragraphes suivants décrivent les différentes méthodes d'appariement qui peuvent être appliquées à une paire stéréoscopique orientée pour vaincre les problèmes de distorsion géométrique et restreindre le domaine spatial  $S$  des solutions homologues. Généralement, le problème d'appariement point à point dans la géométrie de la paire stéréoscopique peut être exprimé de deux façons radicalement différentes et conduit donc à deux méthodes d'appariement différentes qui ont chacune leurs avantages respectifs.

### 3.3.2. Appariement stéréo depuis l'espace image (SMI pour Stereo Matching from Image)

Cette première méthode exige seulement l'orientation relative des images pour le processus d'appariement. Si la vraie localisation 3D doit être calculée, l'orientation absolue des images est exigée. La première méthode d'appariement d'image point à point vient de la communauté de la vision par ordinateur. La formulation de l'appariement peut être exprimée dans les termes suivants : « étant donné un  $(i_1, j_1)$  en  $I_1$  (appelé esclave ou image de référence) quel est le correspondant  $(i_2, j_2)$  en  $I_2$  (appelé conjugué ou image secondaire) ? ».

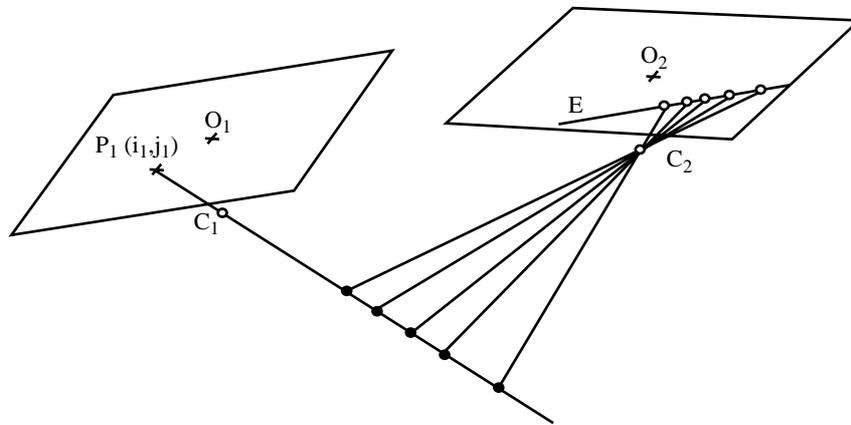
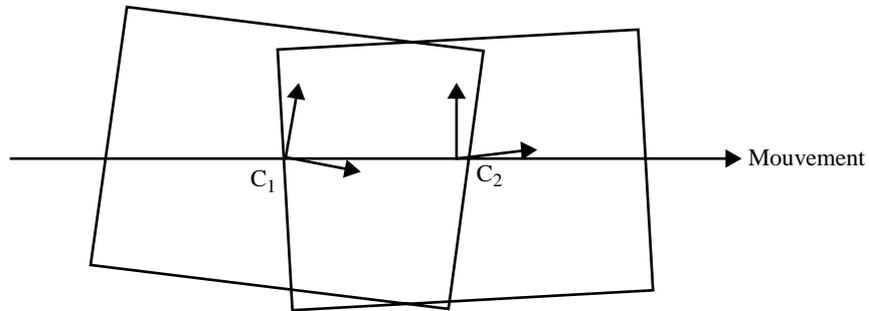


Figure 3.3. Appariement stéréo depuis l'espace image

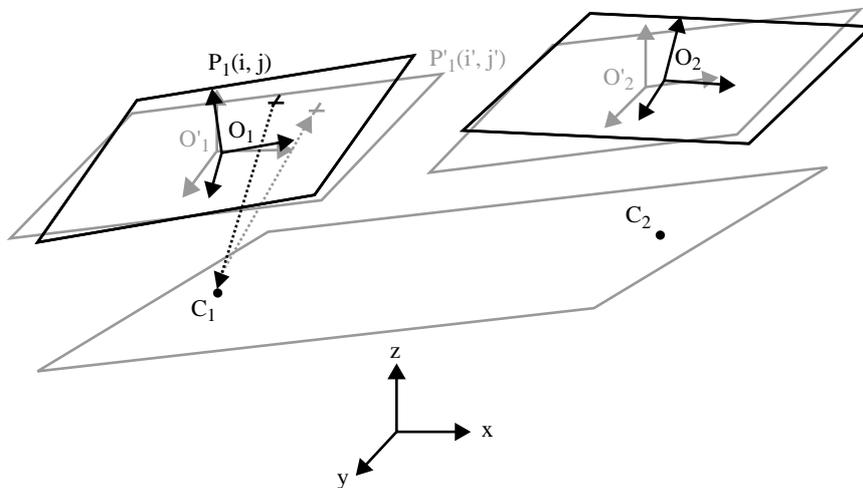
#### 3.3.2.1. Lignes épipolaires

La position de  $(i_2, j_2)$  est géométriquement (stéréoscopiquement) contrainte par  $(i_1, j_1)$ . Tous les appariements possibles sont sur une ligne E dans image 2, appelée ligne épipolaire qui est la projection dans le plan de l'image du plan 3D qui repose sur le rayon 3D issu de  $(i_1, j_1)$  incluant  $C_1$  et  $C_2$ . (cf. figure 3.4). À cause des distorsions géométriques des optiques, cette ligne est plus vraisemblablement une courbe. Néanmoins, le problème général 2D de l'assortiment est transformé en un problème 1D de mise en correspondance maintenant plus facile où  $(i_2, j_2)$  doit être recherché le long de cette courbe. Notons que toutes les lignes épipolaires correspondant à tous les points d'image 1 se coupent dans un point de l'image 2, appelé point épipolaire qui est la projection de  $C_1$  dans le plan de l'image 2.



**Figure 3.4.** Définition des lignes épipolaires

Si  $I_1$  et  $I_2$  sont deux images consécutives dans la même bande de vol (avec un axe presque vertical) ou des paires stéréoscopiques classiques pour des satellites, en travers de la trace (jusqu'à  $50^\circ$  de latitude avec les angles d'observations bas) ou le long de la trace du satellite, les vecteurs de texture homologues d'une imagerie d'un paysage donné (avec une faible pente) peuvent être trouvés par une simple translation. Donc, notre score de corrélation antérieur peut être appliqué directement.



**Figure 3.5.** Le couple stéréoscopique lorsque l'avion subit des mouvements importants

Néanmoins, pour quelques levers aériens, les angles différentiels de lacet – mais aussi de tangage et de roulis – entre les deux vues, dus à la turbulence qui induit des instabilités de l'avion, peuvent prendre quelquefois des valeurs appréciables. Plus la différence est forte et plus la dimension de la fenêtre est grande, moins les vecteurs de la texture pour les points homologues se ressembleront, et moins le processus de corrélation automatique donnera de bons résultats. Dans ces conditions et pour résoudre ce problème, une plate-forme stabilisée par un gyroscope peut être utilisée ; sans cette plate-forme, les images devront être rééchantillonnées afin que notre méthode de corrélation puisse être appliquée.

### 3.3.2.2. Rééchantillonnage épipolaire

Pour éviter le problème précédemment décrit et faciliter la mise en oeuvre du processus de corrélation, les images sont souvent rééchantillonnées de façon à ce que les lignes épipolaires deviennent parallèles et alignées sur les lignes de l'image.

$$(\hat{i}_2, \hat{j}_2) = (\hat{i}_2, j_1) = \underset{x \in [0, N]}{\text{ArgOpt}} C(Vr_1(i_1, j_1), Vr_2(x, j_1))$$

où N est le nombre de rangs de  $I_2$  [3.9]

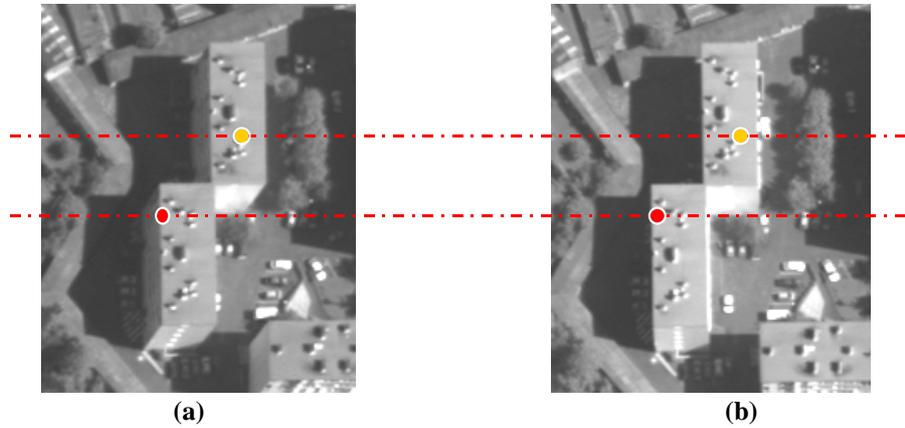
Comment pouvons-nous organiser ceci ? Supposons que  $(i_1, j_1, k_1)$  et  $(i_2, j_2, k_2)$  soient les axes des images. Nous simulons pour chaque vue l'image d'un senseur virtuel ( $I'_1$  et  $I'_2$ ) avec les mêmes centres optiques mais avec de nouveaux paramètres d'observation, et sans distorsions des optiques et du plan focal. Les nouveaux axes d'observation  $(i'_1, j'_1, k'_1)$  et  $(i'_2, j'_2, k'_2)$  sont construits afin que  $i'_1$  et  $i'_2$  soient colinéaires à  $C_1C_2$ ,  $k'_1$  et  $k'_2$  soient colinéaires à z, et  $j'_1 = k'_1 \wedge i'_1$  et  $j'_2 = k'_2 \wedge i'_2$ .

Comment construire les niveaux gris des pixels de ces nouvelles images ? Pour chaque pixel P' ( $i', j'$ ) d'image I', nous déterminons avec la géométrie de notre nouveau senseur le rayon correspondant et nous choisissons n'importe quel point 3D sur ce rayon. D'après la géométrie précédente, nous déterminons la place de l'image de ce point 3D dans l'image I. Bien sûr, ce point tombe n'importe où à l'intérieur de l'image, la radiométrie pour P' ( $i', j'$ ) doit donc être calculée par interpolation de la radiométrie autour du point subpixelaire P ( $i, j$ ).

Avec ce rééchantillonnage épipolaire, le problème d'appariement peut encore être transformé en un problème plus facile :

$$(\hat{i}_2, \hat{j}_2) = \underset{x \in [0, n]}{\text{ArgMax}} C_2(Vr_1(x, j_1), Vr_2(i_1, j_1))$$

où  $I'_1$  et  $I'_2$  sont les images rééchantillonnées.



**Figure 3.6.** Appariement épipolaire. Les extraits de l'image gauche (a) et l'image droite (b) sont le résultat du rééchantillonnage de la paire stéréoscopique. Les lignes brisées correspondent aux lignes horizontales épipolaires conjuguées dans ces images rééchantillonnées

S'il peut être évité, pour le cas de levés effectués dans des conditions classiques, c'est préférable. En effet, cette opération mène à une dégradation de la qualité de l'image, qui altèrera légèrement celle du processus de corrélation. Le seul avantage d'un rééchantillonnage épipolaire systématique est que les images peuvent être traitées directement sur les postes de travail de photogrammétrie numérique.

### 3.3.2.3. Définir un intervalle pour la recherche de la corrélation

La gamme de positions pour les solutions homologues possibles peut être délimitée sur l'épipolaire  $E'$  par la connaissance (i) des valeurs minimales et maximales de  $z$  (cf. figure 3.7) sur la scène, ceci si nous voulons avoir une gamme donnée pour tous les points dans l'image  $I_1$  ou (i) d'un modèle approximatif de relief si nous voulons avoir cette information plus localement. Cette information pourrait être fournie par des bases de données existantes, par exemple un MNT mondial à basse résolution, ou à partir de courbes de niveau papier ou de cartes numériques disponibles sur cette région.

Une autre façon d'agir consiste à restituer les deux points 3D correspondant aux points le plus bas et le plus haut dans la scène, ou tracer manuellement un plus grand ensemble de points qui échantillonne la scène régulièrement pour avoir une définition localement adaptable de la distance. Quelques solutions plus compliquées pour réduire ces intervalles seront données dans les paragraphes 3.3.3 et 3.3.4.

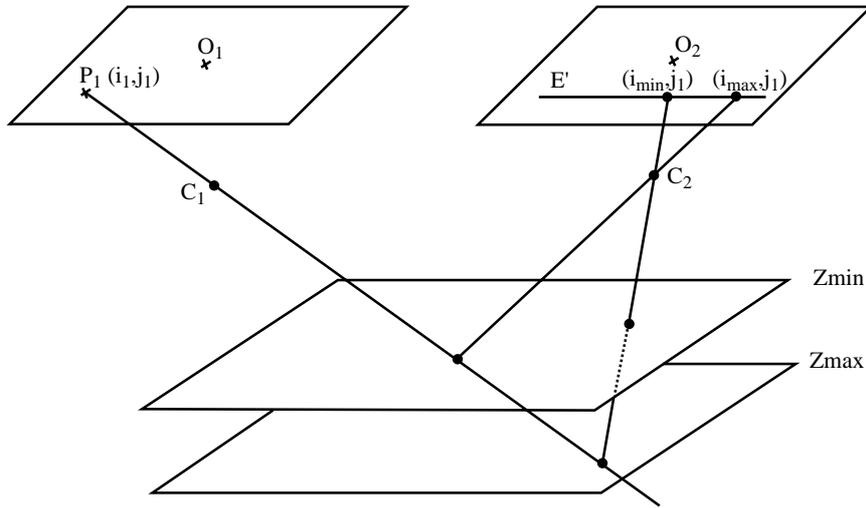


Figure 3.7. Définition d'un intervalle de l'espace de recherche

3.3.2.4. Échantillonnage de l'espace de recherche et estimation de la position homologue

Si  $di$  est l'échantillonnage spatial dans l'image 2 le long de l'intervalle de recherche  $[i_{2min}, i_{2max}]$ , tous les résultats de corrélation pour toutes les  $k$  possibles forment habituellement un graphique appelé profil de la corrélation.

Le point considéré comme homologue est le point où le score de la corrélation est maximum. Sa place peut être exprimée ainsi :

$$\hat{i}_2 = \underset{k \in \left[0, \frac{i_{max} - i_{min}}{di}\right]}{\text{ArgMax}} \quad C_2(V_1(i_1, j_1), V_2(i_{min} + k \cdot di, j_1) + i_{min}) \quad [3.10]$$

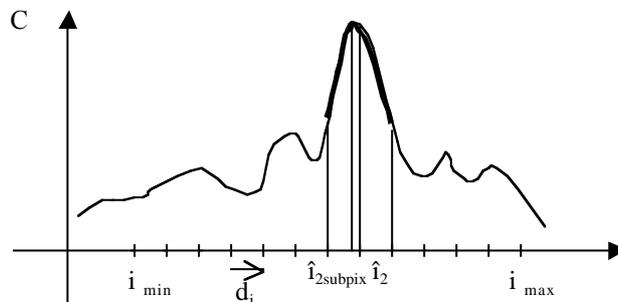
En effet, plus  $di$  est petit et meilleur est le signal de corrélation échantillonné et meilleure est la précision de l'appariement. En pratique, pour limiter le nombre de calculs, la plupart du temps  $di$  est fixé à 1, de sorte que toutes les hypothèses de points homologues tombent sur la grille et donc les vecteurs de texture sont extractibles des images directement. Si nous considérons comme sommet la position entière du point homologue, l'erreur maximale dans l'estimation homologue est 0.5 pixel. Une position subpixelaire plus précise (dans la plupart des cas) peut être trouvée en utilisant une fonction polynomiale, souvent une parabole, à travers les valeurs autour du maximum de

corrélation. La fonction la plus couramment employée est la parabole. Avec la parabole, la position subpixellaire peut être obtenue à partir des valeurs discrètes comme suit :

$$\hat{i}_{2\text{Subpix}} = \hat{i}_2 + \frac{C(\hat{i}_2 + 1, j_1) - C(\hat{i}_2 - 1, j_1)}{2 \cdot (C(\hat{i}_2 - 1, j_1) + C(\hat{i}_2 + 1, j_1) - 2 \cdot C(\hat{i}_2, j_1))} \quad [3.11]$$

Si l'échantillonnage de  $d_i$  est subpixellaire, pour trouver directement un échantillon plus proche du point homologue, alors les hypothèses homologues tombent à l'intérieur de la grille et donc tous les composants du vecteur de texture doivent être interpolés. Généralement un  $d_i$  d'un cinquième de pixel représente la limite de la précision du processus de corrélation. Il faut remarquer que les niveaux gris des vecteurs de texture de l'image  $I_2$  auront traversé deux processus d'interpolation. Nous avons signalé plus haut qu'un rééchantillonnage change la qualité de l'image et par conséquent la qualité de la corrélation. Dans ce cas particulier, ce processus de corrélation subpixellaire devrait être effectué sur les images non rééchantillonnées le long de la courbe épipolaire E.

Que ce soit sur les images ou sur le profil de la corrélation, l'interpolation fournit des résultats très proches. Si le processus de corrélation doit être effectué sur beaucoup de points de l'image  $I_1$ , il vaut mieux utiliser la première technique car le nombre d'échantillons à calculer est plus petit.



**Figure 3.8.** Localisations subpixellaires du pic de corrélation

### 3.3.2.5. Gestion des erreurs d'orientation relative

À cause des erreurs d'orientations relatives, le vrai homologue de  $(i_1, j_1)$  n'est pas sur la ligne épipolaire calculée E' elle-même mais dans une zone proche. Il faut que l'espace de recherche puisse être étendu à tous les points de l'image  $I_2$  dans un voisinage (ceci dépend des résidus de l'orientation relative ;

1 pixel est habituellement suffisant) sur chaque côté de la ligne épipolaire. Donc, notre profil de corrélation devient une surface de la corrélation. Si le sommet de la surface de la corrélation se situe sur un point de la ligne épipolaire, la façon la plus facile de trouver la position subpixelaire est de déterminer d'abord la position subpixelaire dans la direction de l'épipolaire en ajustant une parabole à travers la courbe de corrélation, et de trouver la position subpixelaire dans la direction orthogonale en ajustant une autre parabole. Sinon, le voisinage devra être étendu avant tout traitement supplémentaire.

3.3.2.6. Localisation 3D de points homologues

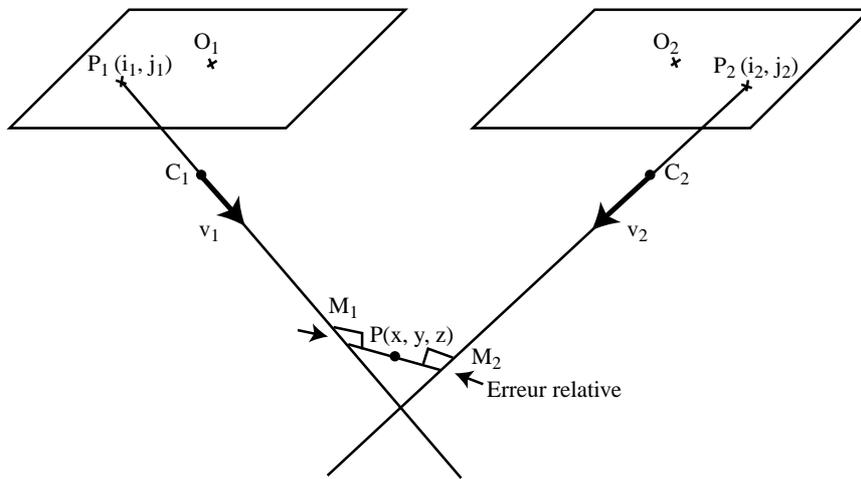


Figure 3.9. Triangulation 3D et localisation de points homologues

La localisation 3D de points homologues  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  est obtenue en croisant en 3D les deux rayons correspondants  $D_1(C_1, \vec{R}_1)$  et  $D_2$ . Si  $(i_2, j_2)$  ne se trouve pas exactement sur la ligne épipolaire de  $(i_1, j_1)$ , ces rayons ne se croisent pas (cf. figure 3.9). Si  $M_1$  est le point du rayon  $D_1$  le plus proche du rayon  $D_2$  et  $M_2$  le point du rayon  $D_2$  le plus proche du rayon  $D_1$ .  $M_1$  et  $M_2$  sont tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = C_1 + \lambda_1 \cdot \vec{R}_1 \\ M_2 = C_2 + \lambda_2 \cdot \vec{R}_2 \\ \overrightarrow{M_1 M_2} \cdot \vec{R}_1 = 0 \\ \overrightarrow{M_1 M_2} \cdot \vec{R}_2 = 0 \end{array} \right. \text{ donc } \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \frac{(\overrightarrow{C_1 C_2}, \vec{R}_2, \vec{R}_1 \wedge \vec{R}_2)}{(\vec{R}_1 \wedge \vec{R}_2)^2} \\ \lambda_2 = \frac{(\overrightarrow{C_1 C_2}, \vec{R}_1, \vec{R}_1 \wedge \vec{R}_2)}{(\vec{R}_1 \wedge \vec{R}_2)^2} \end{array} \right. \quad [3.12]$$

Le point 3D correspondant est généralement choisi  $P = \frac{M_1 + M_2}{2}$ , point le plus proche et équidistant aux deux rayons. La distance  $\|M_1M_2\|$  nous donne une estimation de la qualité des localisations relatives.

3.3.2.7. Relation entre précision 3D et précision de corrélation

La précision 3D de localisation est affectée par les erreurs de l'aérotriangulation, les erreurs de corrélation et ses composants planimétriques et altimétriques dépendent des angles d'observation et du rapport base/hauteur (B/H) (cf. figure 3.10). Mettant de côté les erreurs dues au processus d'aérotriangulation, donc faisant la supposition que l'orientation relative est parfaite, nous pouvons estimer théoriquement la précision intrinsèque du processus de corrélation. Si  $e_{corr}$  est l'erreur de corrélation exprimée en pixels et  $r_0$  la dimension du pixel sol exprimée en mètres, grâce au théorème de Thalès, l'erreur altimétrique est donnée par :

$$e_{alti} = \frac{H}{B} \cdot r_0 \cdot e_{corr} \text{ et } \sigma_{alti} = \frac{H}{B} \cdot r_0 \cdot \sigma_{corr}. \quad [3.13]$$

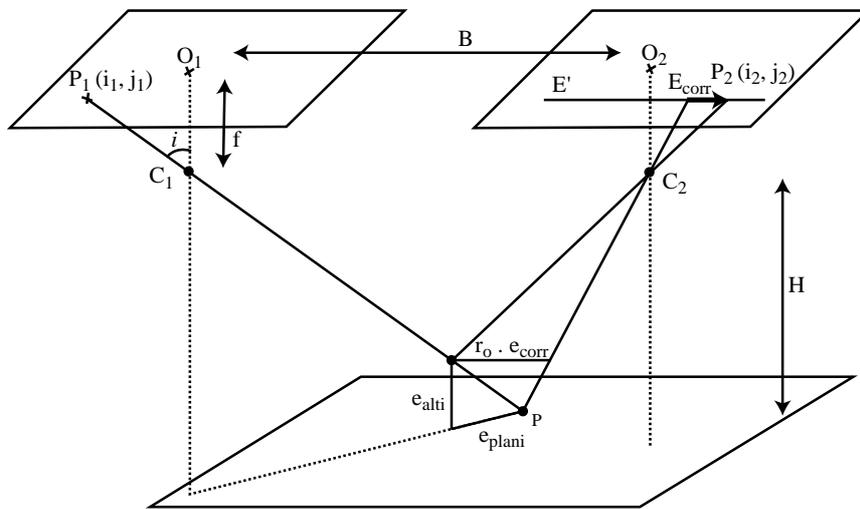


Figure 3.10. Erreur résultant du processus de corrélation

L'erreur planimétrique est radiale et donc dépend de la place de  $(i_1, j_1)$  dans l'image  $I_1$  (on devrait noter que l'erreur planimétrique n'est pas équivalente selon

l'image choisie comme esclave) :  $e_{plani} = tgi \cdot e_{alti} = \left\| \overrightarrow{OP_1} \right\| \cdot \frac{e_{alti}}{f}$  où  $f$  est la distance focale exprimée en pixels.

Les formules que nous avons exprimées ici ne sont pas les modèles des erreurs 3D que nous aurions si nous avions eu l'intention de tracer un point donné dans l'image  $I_1$  et de trouver le point 3D correspondant automatiquement. En effet, le point apparié  $(i_2, j_2)$  correspondra à  $(i_1, j_1)$  et pas au détail qui aurait dû être tracé dans l'image  $I_1$ . Cette erreur de report mènera inévitablement à une autre source d'erreur dans les localisations 3D. Seules les erreurs de report le long des lignes épipolaires influenceront la précision altimétrique. Si la parallaxe est  $\vec{p} = \overrightarrow{O_2P_2} - \overrightarrow{O_1P_1}$  et ses erreurs le long des lignes épipolaires  $dp = d\vec{p} \cdot \vec{i} = e_{corr} - e_{tracé} \cdot \vec{i}$  alors les erreurs sont données par  $e_{alti} = \frac{H}{B} \cdot r_0 \cdot dp$  et  $\sigma_{alti} = \frac{H}{B} \cdot r_0 \cdot \sqrt{\sigma_{corr}^2 + \sigma_{tracé}^2}$

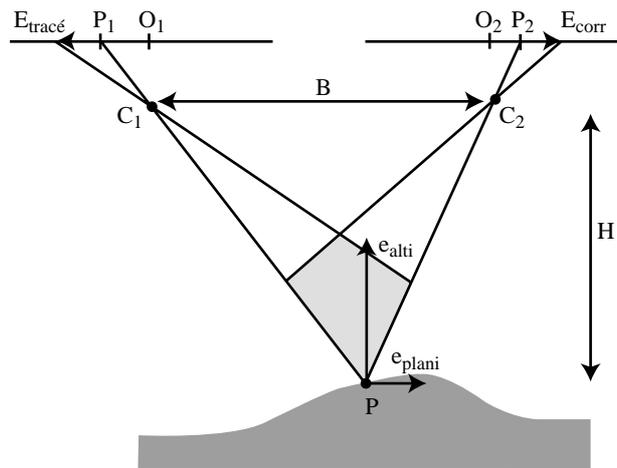
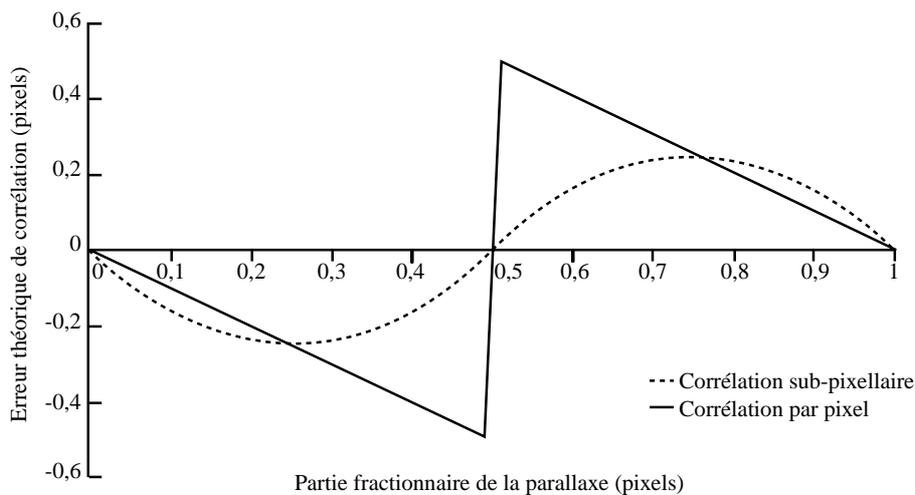


Figure 3.11. Analyse de la précision altimétrique

Plus le rapport base sur hauteur est grand, meilleure est la précision altimétrique. Le choix de ce rapport pour un lever est conditionné par la qualité désirée de la sortie cartographique. Pour une chaîne de fabrication de MNE, par exemple, une valeur plus grande devrait être choisie de préférence. Par contre, quand ce rapport augmente, on remarque plus de différences d'images et par conséquent l'augmentation de la difficulté de corrélation.

### 3.3.2.8. La précision intrinsèque de corrélation

Quelle précision pouvons-nous attendre de la corrélation automatique numérique ? Les limites de la précision de corrélation sont faciles à estimer dans le meilleur cas, c'est-à-dire quand les détails homologues peuvent être trouvés par une simple translation (images horizontales planes, paysage plat). Pour produire une translation globale virtuelle entre  $I_1$  et  $I_2$ , nous pouvons simuler une paire stéréoscopique d'images horizontales planes avec les paramètres d'orientation parfaitement connus sur un paysage parfaitement plat où nous pouvons dresser une carte de n'importe quelle image, par exemple une orthophotographie aérienne. Depuis que nous avons simulé les images, nous savons exactement la valeur de la translation entre  $I_1$  et  $I_2$ . Si nous appliquons notre processus de corrélation pour estimer ces translations sur différentes paires stéréoscopiques simulées pour les valeurs différentes de la translation (partie fractionnaire entre 0 et 1), nous trouvons des erreurs systématiques dans l'estimation de la translation selon la partie fractionnaire de la vraie translation (cf. figure 3.12).



**Figure 3.12.** Erreurs intrinsèques de corrélation

Ce biais est dû au processus et à la fonction d'interpolation. Nous avons encore un biais si nous n'utilisons pas d'estimateur subpixellaire. En effet, si nous faisons ainsi nous procédons implicitement une fonction d'interpolation qui est l'interpolateur du plus proche voisin.

Avec le processus d'estimation subpixelaire, le biais maximal se produit pour une translation de 0.25 pixel. L'amplitude de ce biais dépend de la fonction d'interpolation. Il peut aller de 0.15 à 0.25 pixel. Cela ne veut pas dire que la fonction qui donne la meilleure précision théorique est la meilleure en pratique. En général, plus les fonctions d'interpolation sont simples (utilisant les plus petits voisinages) et plus elles sont robustes pour une vraie corrélation d'images numériques. À partir de maintenant, nous considérerons que la précision moyenne de corrélation est d'un quart de pixel.

Dans le cas de stéréorestitution manuelle numérique, la précision de corrélation est difficile à évaluer à cause de tous les facteurs à prendre en considération statistiquement : la radiométrie (contraste), la géométrie (ponctuelle, linéaire, coins, etc.) et les caractéristiques 3D du contexte du détail à tracer, la qualité de l'image (bruit, flou, etc.), l'acuité stéréoscopique et la fatigue de l'opérateur, la qualité optique de l'affichage stéréo, les possibilités subpixelaires de l'affichage stéréo (déplacement subpixelaire de l'image, etc.), et la méthodologie de tracé.

### 3.3.3. Corrélation stéréo dans l'espace objet (SMO, pour Stereo Matching from Object space)

Les photogrammètres expriment le problème de corrélation pour les localisations 3D d'une autre façon. En fait, le principe est : étant donné un  $(X, Y)$  de l'espace objet, quel est le  $z$  correspondant ? Pour un point donné  $(X, Y)$  si nous changeons la valeur de  $z$ , les déplacements des points de l'image correspondants sont implicitement contraints le long de courbes qui sont la projection des plans formés par chaque axe du nadir et  $(X, Y, z)$  (cf. figure 3.13) Chercher le meilleur  $z$  revient donc à chercher la meilleure corrélation de l'image le long de ces courbes de « nadir ». Donc comme pour le processus de corrélation guidé depuis l'espace image, nous construisons un profil de la corrélation mais au lieu de calculer toutes les valeurs de corrélation pour toutes les parallaxes possibles le long de la ligne épipolaire, nous calculons les produits de corrélation pour toutes les valeurs possibles de  $z$  dans un intervalle  $[z_{\min}, z_{\max}]$  de l'espace de la recherche. La meilleure évaluation de l'altitude est donnée par :  $\hat{z}(X, Y) = \underset{z \in [z_{\min}, z_{\max}]}{\text{ArgMax}} C_2(\vec{V}_2(\text{Loc}_2(X, Y, z)), \vec{V}_1(\text{Loc}_1(X, Y, z)))$

où  $\text{Loc}_1: \mathfrak{R}^3 \rightarrow I_1$  et  $\text{Loc}_2: \mathfrak{R}^3 \rightarrow I_2$  sont les fonctions de localisation objet  
 $(x, y, z) \mapsto (i_1, j_1)$      $(x, y, z) \mapsto (i_2, j_2)$

vers image. On remarque qu'avec cette méthode de stéréo guidée depuis l'espace objet, la corrélation d'image et les processus de localisation 3D sont

exécutés en même temps. L'échantillonnage élémentaire  $dz$  le long de la ligne verticale peut être déterminé :  $dz = \frac{H}{4 \cdot B} \cdot r_0$ .

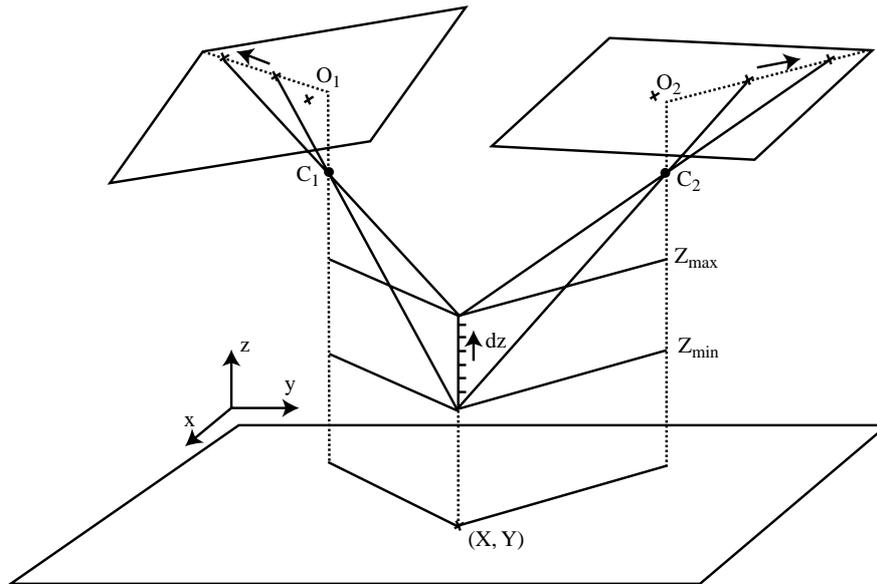


Figure 3.13. Corrélation stéréo dans l'espace objet

### 3.3.4. Rééchantillonnage des imagerie de corrélation

Compte tenu des déformations dues à la perspective et à la rotation relative entre les plans image, les imagerie correspondant à une zone carrée de terrain plat ne se chevauchent pas. Donc, pour obtenir le plus fiable et le meilleur niveau de corrélation entre ces imagerie, les images sont rééchantillonnées localement.

En effet, nous construisons deux ortho-imagerie centrées sur  $(X, Y)$  (cf. figure 3.14). La résolution d'image de ces imagerie est équivalente à celle des images. Pour chaque pixel de ces deux ortho-imagerie, nous déterminons la position 3D sur l'imagerie-terrain, et nous assignons à chacun d'eux la valeur du niveau de gris pour la position d'image correspondante. Si notre supposition de terrain plat local est correcte, celles-ci devraient exactement se chevaucher géométriquement.

La corrélation stéréo dans l'espace objet est la bonne solution pour obtenir automatiquement des positions 3D sur un écran stéréo. En effet, l'espace d'observation sur un écran stéréo est directement l'espace objet. L'opérateur peut, en temps réel, obtenir l'altitude qui correspond à une position donnée du restituteur  $(x, y)$  ou peut dessiner une ligne plane et avoir le profil 3D le long de cette ligne, par exemple pour les calculs du cubature ou pour des estimations de profils routiers.

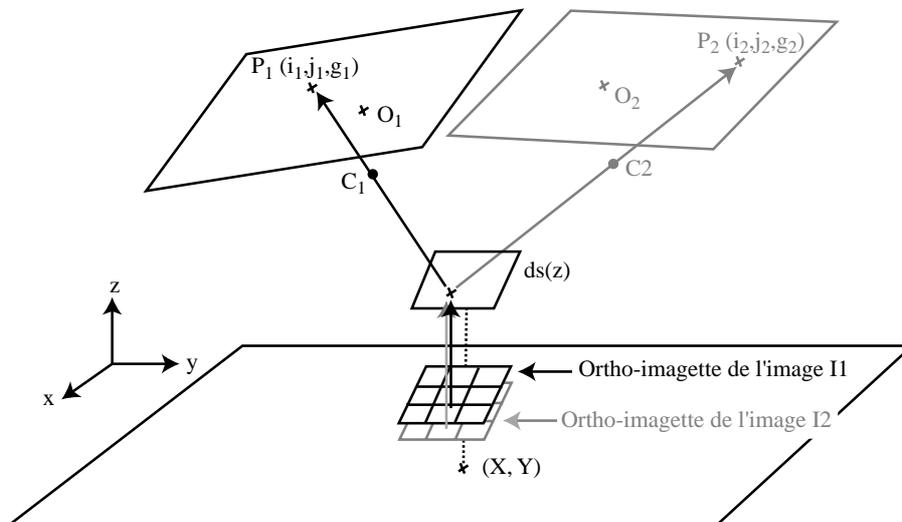


Figure 3.14. Rééchantillonnage des imagerie de corrélation

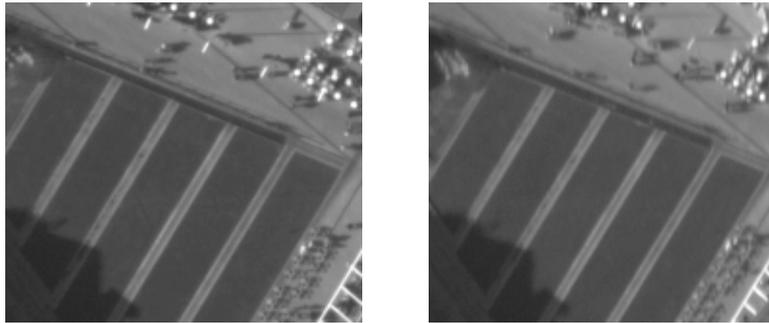
#### 3.3.4.1. Les difficultés dues aux différences d'image

La corrélation classique par imagerie souffre d'un certain nombre de défauts, dû au non-respect des hypothèses sur lesquelles elle est basée, c'est-à-dire la ressemblance géométrique et radiométrique d'imagerie centrées sur des points homologues, et la puissance de discrimination de calculs de corrélation effectués sur des imagerie radiométriques. Quelquefois, les propriétés du paysage et les configurations géométriques des vues sont telles que ces suppositions ne sont pas respectées, et donc les contraintes de ressemblance, d'existence et d'unicité pour les solutions de points homologues sont violées.

##### 3.3.4.1.1. Sur les régions homogènes et les structures périodiques

Le contenu radiométrique de l'imagerie n'assure pas de discrimination entre toutes les corrélations satisfaisantes qui peuvent se produire dans cette zone. La contrainte d'unicité est violée. Une meilleure qualité d'image ou une plus grande

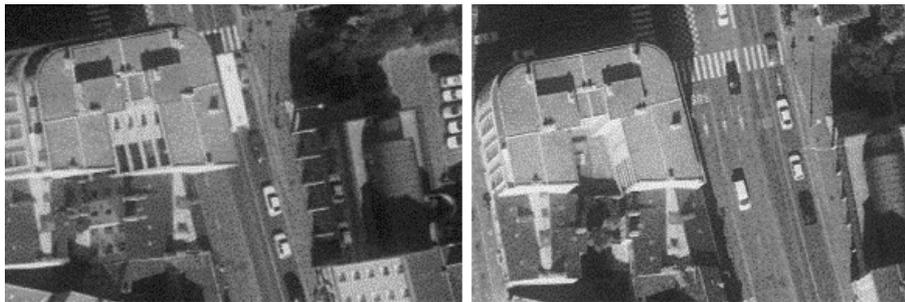
imagerie diminue nettement les ambiguïtés pour les régions homogènes. Les structures périodiques sont un problème sérieux quand l'orientation de la périodicité spatiale est le long de la ligne de base. Disposer d'une autre vue pas sur la même ligne de base stéréo réduira considérablement les ambiguïtés.



**Figure 3.15.** Surfaces homogènes et structures répétitives

#### 3.3.4.1.2. Sur les régions cachées

Dans les régions urbaines, par exemple, tous les points observables dans une image n'existent pas toujours dans l'autre image. Surtout dans les régions urbaines les mêmes objets ne sont pas vus sur les deux images. La corrélation par images est un processus de bas niveau. Même s'il n'y a pas d'appariements possibles pour un  $(i_1, j_1)$  ou pour un  $(X, Y)$  donnés, nous aurons encore un maximum dans le profil ou la surface de corrélation qui mèneront à une corrélation fautive. La contrainte d'existence est violée. Une façon d'éliminer ce problème est d'aboutir à un recouvrement stéréo plus important afin que chaque point de la scène puisse être vu dans deux images au moins.



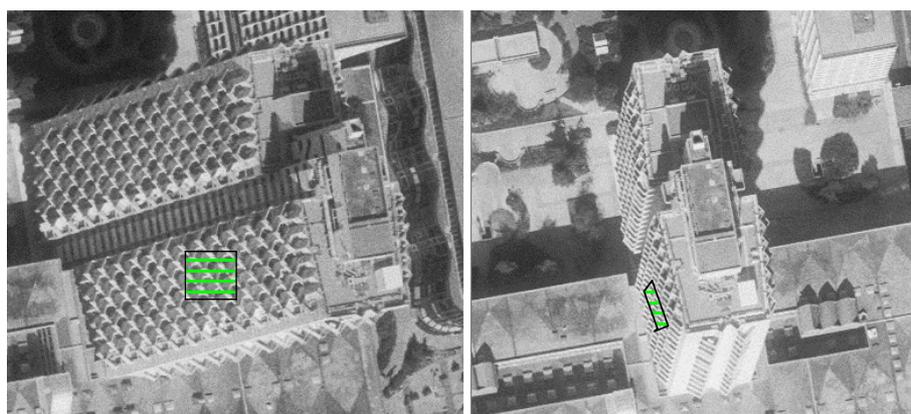
**Figure 3.16.** Véhicules mobiles et régions cachées

### 3.3.4.1.3. Sur des régions qui ne se recouvrent pas

Le recouvrement incomplet de la paire stéréoscopique est l'un des problèmes qui surviennent dans la corrélation stéréo numérique. En effet, beaucoup de points des deux images qui n'ont pas de solutions homologues produiront de fausses corrélations. La contrainte d'existence est violée.

### 3.3.4.1.4. Sur des surfaces inclinées escarpées

Les formes du modèle d'image qui correspondent à des imagerie-terrain planes et en pente dans l'espace objet ne sont géométriquement pas semblables. Ces déformations sont accentuées quand la pente devient forte. Donc, les imagerie carrées centrées sur les points homologues ont moins de probabilité de se ressembler quand leur dimension augmente. La contrainte de ressemblance est violée. Une solution est d'obtenir des images de plus haute qualité afin de permettre de prendre de plus petites fenêtres ou de traiter avec les déformations en utilisant des formes de fenêtres qui s'adaptent.

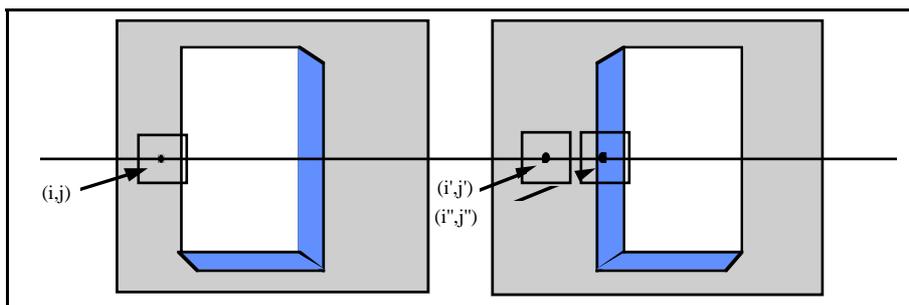


**Figure 3.17.** Différences dans les dimensions et dans la forme de deux surfaces inclinées escarpées homologues

### 3.3.4.1.5. Les régions autour des discontinuités 3D ou ruptures de pente

Quand une imagerie recouvre un fort relief ou une discontinuité de pente, comme tous les pixels contribuent au processus de corrélation, l'altitude déterminée dans ces régions sera une « moyenne » de toutes les altitudes à l'intérieur des imagerie, pondérée par la distribution du contraste. Cela mènera à un lissage de la morphologie du relief ou à un changement spatial de la structure d'un MNE de la dimension de la fenêtre d'analyse, (cf. figure 3.18).

Pour résoudre ce problème, on peut utiliser une fenêtre plus petite, en supposant là encore une haute qualité d'image, ou utiliser des fenêtres de formes adaptables.



**Figure 3.18.** Zones de corrélation autour de changements 3D. Si nous cherchons l'imagette homologue de  $(i, j)$  le long de la ligne épipolaire, le meilleur résultat de corrélation sera obtenu pour  $(i'', j'')$  au lieu de  $(i', j')$ . Donc, les parallaxes / altitudes associées à  $(i, j)$  seront celles du sommet du toit

#### 3.3.4.1.6. Les surfaces non lambertiennes

C'est le cas dans des zones où il y a des surfaces ayant des propriétés de réflexion anisotrope. Si nous observons cette surface de plusieurs points de vue différents, les mesures radiométriques peuvent être radicalement différentes. Quand les images ne sont pas saturées, et si les effets non lambertiens sont originaires d'une surface relativement lisse comparée à la dimension du pixel terrain, la corrélation par imagerie peut encore être utilisée si les vecteurs de texture sont centrés pour corriger les biais radiométriques entre les deux imagerie homologues. Quand quelques régions sont saturées (aucun détail) dans une des images ou quand les effets non lambertiens sont dus à des structures en relief très petites, par exemple un champ du maïs vu sous deux angles différents, il n'y a aucune méthode satisfaisante autre que de rejeter les corrélations pour ces zones. À moins que nous n'utilisions une autre paire stéréoscopique si nous avons un lever avec un fort recouvrement.

#### 3.3.4.1.7. Véhicules en mouvement et ombres

Les problèmes de corrélation peuvent provenir du fait que les images de la paire stéréoscopique ne sont pas synchrones. En effet, les détails comme les véhicules et les ombres peuvent se déplacer d'une image à l'autre. Quelques véhicules paraissent ou disparaissent, donc la contrainte d'existence est violée. Pour quelques véhicules qui avancent selon la ligne de base, le processus de corrélation produira des structures aberrantes intégrant le relief et la parallaxe

créée par le mouvement. Pour des paires stéréoscopiques satellitaires ou aériennes non synchrones, les ombres se sont déplacées, donc le processus de corrélation peut reconstruire les limites de l'ombre à des altitudes fausses.

### **3.3.5. Traiter les problèmes globalement**

Une des solutions les plus faciles pour traiter ces problèmes est de détecter et rejeter toutes les corrélations où nous pensons que la probabilité de rencontrer un problème est grande. Nous pouvons étudier les structures morphologiques du profil de corrélation et vérifier qu'il respecte les propriétés d'une bonne corrélation, c'est-à-dire une valeur élevée pour le pic de corrélation, un pic principal large, avec aucun pic secondaire. Beaucoup de profils de corrélation, quelle que soit la région, ne respectent pas ce modèle. En effet, quelques bonnes corrélations ont des valeurs basses et quelques autres élevées, et quelques corrélations fausses ont de fortes valeurs de corrélation. Ce n'est donc pas une solution acceptable si nous voulons que ce processus soit universel. Bien sûr, ce genre de processus peut être appliqué en dernier ressort quand aucune solution particulière ne peut être trouvée pour chacune de ces régions à problèmes.

### **3.3.6. Traiter les problèmes localement : fenêtres de dimensions et de formes adaptables**

Le problème majeur des méthodes de corrélation par imagerie sont dues à la rigidité de la forme (carrée ou rectangulaire) et leurs dimensions fixes. D'un côté, les petites tailles permettent une meilleure détection des bonnes corrélations. De l'autre côté, les plus grandes fenêtres autorisent une meilleure discrimination entre les corrélations possibles. Le problème auquel nous sommes confrontés est un compromis de détection / localisation classique induit par la rigidité des tailles d'imagerie. Les fenêtres doivent donc changer automatiquement en taille et en forme et s'adapter selon les changements dans le paysage. Voyons maintenant comment cela peut être fait.

#### **3.3.6.1. Traiter les régions homogènes et les structures périodiques**

Pour la méthode SMI et les régions homogènes, la dimension de la fenêtre peut être adaptée à la variance locale de l'image esclave en tenant compte de notre connaissance de la distribution du bruit de l'image. Quand les régions sont homogènes, les fenêtres seront grandes, et quand les régions sont riches en texture, les fenêtres seront de petites dimensions. Pour les structures périodiques, nous pouvons choisir la dimension de l'imagerie afin que l'autocorrélation de la texture dans son propre voisinage le long de la ligne de

base soit mono-modale. Cela voudra dire que la texture comprise dans l'imagette n'est plus un modèle périodique.

Ces techniques de dimension adaptative ne sont pas possibles avec la méthode SMO. En effet, nous ferions correspondre des imagettes de dimensions différentes et cela mènerait à des valeurs de corrélation hétérogènes pour toutes les altitudes, donc choisir le pic de corrélation pourrait mener à un appariement faux. Et il serait sans signification de pondérer la valeur de corrélation d'après les dimensions de l'imagette. Néanmoins, on peut vérifier que les imagettes qui correspondent au pic de corrélation sont suffisamment texturées pour commencer, si nécessaire, un autre processus de corrélation sur de plus grandes imagettes.

Une autre solution est de prendre une grande fenêtre de dimension fixe pour toute l'image et pondérer les valeurs du niveau de gris par une distribution gaussienne centrée sur  $(i_1, j_1)$ . L'intérêt de cette technique est qu'elle donne plus d'importance aux pixels plus proches de  $(i_1, j_1)$ . Néanmoins, si la région est homogène, même si c'est relativement loin de  $(i_1, j_1)$  dans l'imagette et si ses effets sont atténués par la distribution gaussienne, une structure de texture à l'intérieur de l'imagette autorisera une discrimination possible dans le processus de corrélation.

#### 3.3.6.2. *Traiter les parties cachées*

Pour la méthode SMI, utiliser la contrainte de la réciprocité est une solution facile et rentable pour filtrer les fausses corrélations. Nous vérifions que la meilleure corrélation de  $(i_2, j_2)$  homologue de  $(i_1, j_1)$  est aussi  $(i_1, j_1)$ . Si  $(i_2, j_2)$  tombe dans une région non cachée de l'image  $I_2$ , le processus de filtrage est discriminant. Néanmoins, si  $(i_2, j_2)$  tombe dans une région cachée de l'image  $I_2$ , ce processus ne discrimine évidemment rien. Le succès universel de ce processus va donc dépendre de la densité des régions cachées dans les intervalles de l'espace de recherche.

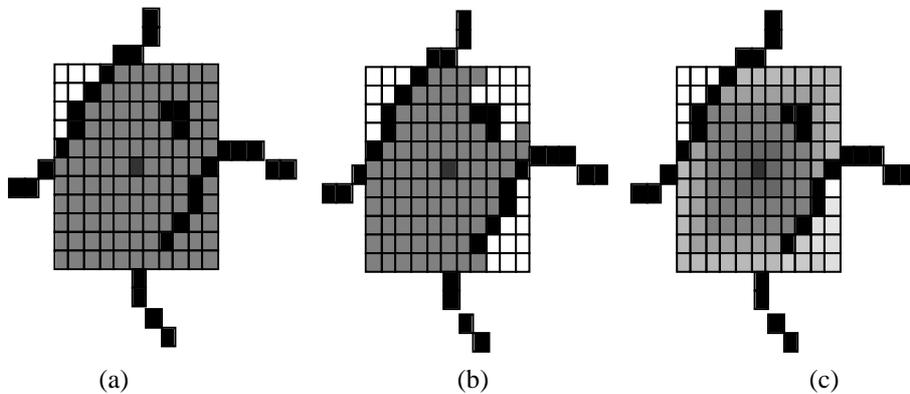
Pour la méthode SMO, nous pouvons adopter presque le même processus. Pour l'altitude, et les  $(i_1, j_1)$  et  $(i_2, j_2)$  correspondant au pic de la corrélation, nous pouvons vérifier avec la méthode SMI que  $(i_2, j_2)$  est l'homologue de  $(i_1, j_1)$  et vice-versa.

#### 3.3.6.3. *Traitement des discontinuités*

Nous pouvons adapter les imagettes localement si nous avons une information à priori sur la région où sont ces structures 3D. Si nous n'avons pas de cartes, la seule façon d'obtenir cette information est de calculer des cartes dérivées des images en supposant qu'une rupture de pente ou une discontinuité

3D est souvent caractérisée dans les images par un contraste radiométrique. Nous pouvons adapter localement les formes de l'imagette aux contours, de façon à ne pas y intégrer de zones sur l'autre côté des contours qui pourraient être des régions d'altitude différente [PAP 98]. Couper l'imagette pour produire un masque réduira bien sûr le contenu textural de l'imagette, donc ce processus peut être mené seulement avec des imagettes assez grandes. Ce type de processus est à mi-chemin entre les techniques de corrélation basées sur le voisinage et celles basées sur les détails.

Avec la méthode SMI, pour  $(i_1, j_1)$  nous limitons l'imagette à tous les pixels qui sont connectés à  $(i_1, j_1)$ , c'est-à-dire qu'il y a un chemin de croisement qui n'est pas un contour les joignant, (cf. figure 3.19(a)). Si un contour traverse de façon continue l'imagette, il n'y aura aucune trajectoire possible qui joindra les pixels de l'autre côté du contour. Si un contour est ouvert ce contour correspond à un détail 3D de la discontinuité. Une solution est de contraindre le chemin à former des lignes droites (cf. figure 3.19 (b)). La contrepartie de cette solution est que ces petits contours ouverts à l'intérieur de l'imagette masquent tous les pixels derrière eux et limitent le nombre de pixels qui interviennent dans le calcul de corrélation. Une meilleure solution pour prendre en considération ces contours ouverts consiste à pondérer (cf. figure 3.19 (c)) tous les niveaux de gris des pixels donnés par le processus (a) par l'inverse de la distance géodésique [COR 98] qui est donnée par la longueur de la trajectoire la plus courte joignant un pixel à l'intérieur de l'imagette et  $(i_1, j_1)$ .



**Figure 3.19.** Au centre le pixel  $(i_1, j_1)$ , en noir les pixels des contours, en gris les pixels qui appartiennent à l'imagette corréllée, en blanc les pixels qui ne sont pas pris en considération dans le calcul de corrélation. (a) masque de l'imagette avec existence d'un chemin. (b) masque de l'imagette avec chemins en ligne droite. (c) masque de l'imagette avec existence du chemin pondéré par l'inverse de la distance géodésique.

Si  $(i_1, j_1)$  est lui-même sur un contour, comment doit être l'imagette ? Le côté droit ou le côté gauche du contour ? Ni l'un ni l'autre en fait, la meilleure solution dans ce cas est l'appariement basé sur les détails, c'est-à-dire la corrélation sur le contour lui-même. Une solution est de chercher tous les contours dans l'image  $I_2$  le long de la ligne épipolaire. Néanmoins, nous avons besoin de lever les ambiguïtés sur les appariements possibles en considérant l'information intrinsèque du contour (nous pouvons vérifier que les orientations du contour sont les mêmes) et le contexte radiométrique et géométrique autour du contour (beaucoup de solutions sont possibles). Pour ajouter de la robustesse à ce processus, nous pouvons faire la moyenne, ou prendre la valeur médiane de toutes les disparités pour tous les pixels de bordures localement le long de la ligne du contour sur chaque côté de  $(i_1, j_1)$  et supposer que la disparité est localement stable. Ces techniques de corrélation basées sur les détails ne sont pas souvent valides quand les contours ne sont pas stables d'une image à l'autre. C'est le cas pour les bords des immeubles dans les régions urbaines par exemple.

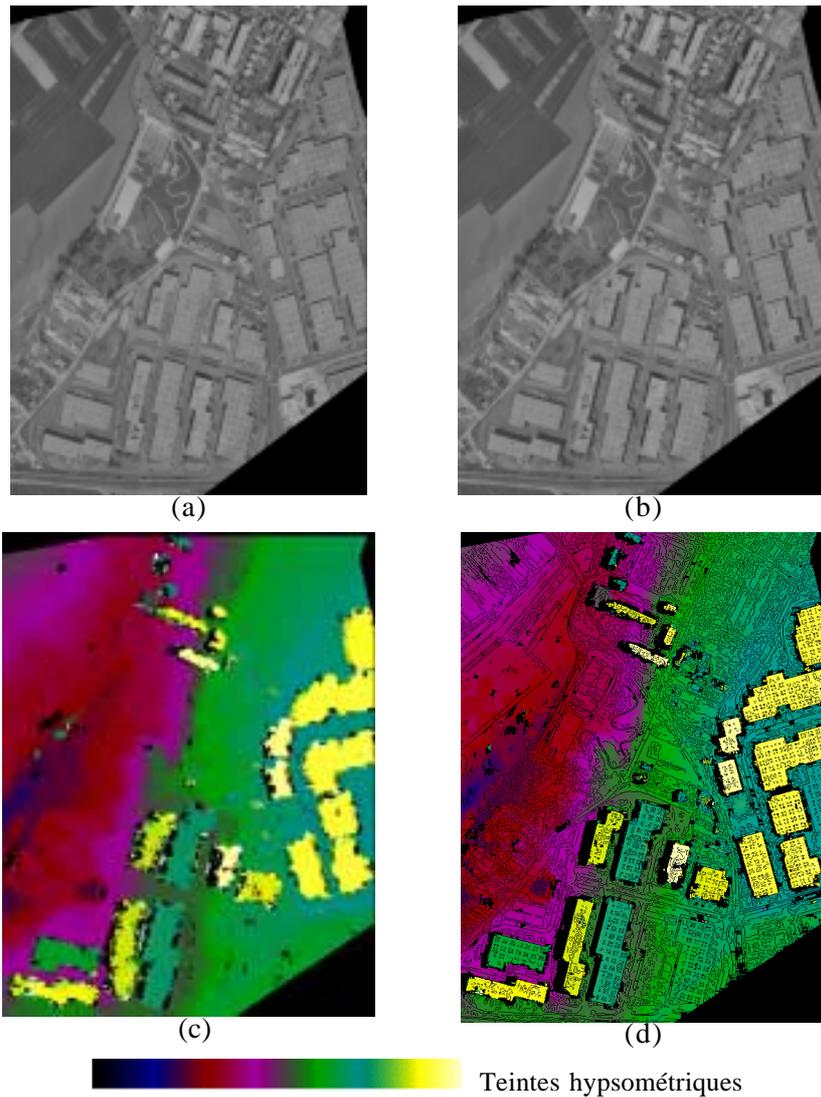
Avec la méthode SMO, nous considérons l'intersection des deux formes d'imagette adaptatives pour une altitude donnée. L'intérêt comparé à celui de la méthode SMI, est que si une partie d'un contour 3D manque dans une des deux images, aussi longtemps que les contours sont complémentaires dans les deux images, ce processus adaptatif sera efficace. Pendant ce temps, ce processus sera mené avec soin, comme le nombre de pixels qui interviennent dans le calcul de corrélation change tout le long du profil de corrélation.

#### 3.3.6.4. *Traitement des distorsions géométriques dues aux pentes*

Quand la qualité de l'image est bonne, de petites imagettes peuvent être choisies pour limiter les effets des distorsions dues aux reliefs en pente. La méthode consiste à transformer géométriquement l'imagette homologe (quand on se déplace dans l'espace image) ou les deux imagettes (quand on se déplace dans l'espace objet). Nous pouvons modéliser le relief par une fonction polynomiale d'un ordre donné localement. Alors le problème de corrélation peut être interprété comme : trouver l'ensemble optimal de coefficients qui donnent la plus forte corrélation. Quand l'ordre de la fonction augmente, il est très difficile de trouver une solution robuste et le processus devient bien plus long. Donc il est préférable de faire des suppositions plus fortes sur la surface, par exemple supposer que la surface est localement plane.

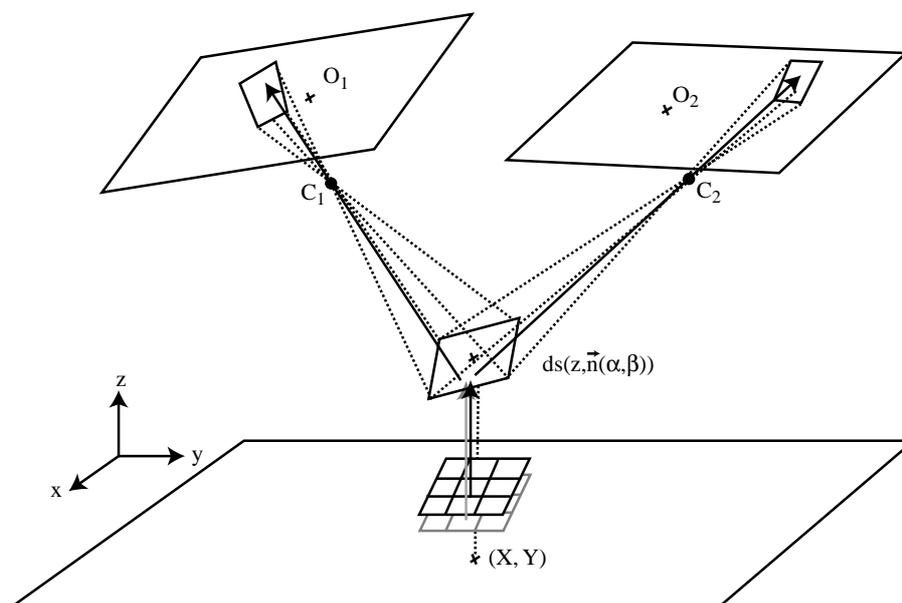
Avec ces suppositions, pour la méthode guidée dans l'espace image nous pouvons construire pour l'imagette carrée autour de  $(i_1, j_1)$  dans l'image esclave, l'imagette homologe. On croise pour chaque point de l'imagette le rayon 3D correspondant à une petite surface pour déterminer la position correspondant sur cette surface, et on détermine alors la place de l'image correspondante et le

niveau de gris (par interpolation) dans l'autre image. Pour tout l'ensemble de zones de terrain, nous pouvons construire toutes les imagerie homologues et donc tous les calculs de corrélation.



**Figure 3.20.** (a) image gauche d'une paire stéréoscopique de pixel 1 m en travers de la trace, (b) image droite, (c) MNT résultant avec une technique de corrélation croisée classique, (d) MNT utilisant des fenêtres de forme adaptative (voir cahier couleur)

Quand on travaille dans l'espace objet, on peut calculer les valeurs de corrélation pour toutes les ortho-imagettes construites pour chaque zone de terrain  $(z, \alpha, \beta)$  possible centrée sur  $(X, Y)$  (cf. figure 3.21). Pour limiter les possibilités de l'espace de recherche nous pouvons faire des suppositions sur la pente maximale, c'est-à-dire que la pente ne peut pas raisonnablement dépasser  $45^\circ$ . On peut remarquer qu'implicitement l'entité que nous cherchons n'est pas le point 3D sur  $(X, Y)$  mais une zone entière de la surface autour de  $(X, Y)$ .



**Figure 3.21.** *Corrélation en travaillant sur des ortho-imagettes*

Toutes ces techniques de corrélation adaptatives peuvent être mélangées. Par exemple, la pente et les techniques de discontinuité seront mélangées entre elles si on veut déterminer une mesure 3D d'un point sur un toit pentu à côté du bord du toit. La combinaison de ces techniques est une stratégie guidée par le type de paysage à cartographier.

### 3.3.7. *Stratégies pour la génération d'un MNE à partir d'une paire stéréoscopique*

Nous discutons ici des stratégies d'intégration de différentes méthodes et techniques pour construire une grille régulière MNE qui décrit la surface observable. Nous ne proposons pas une stratégie idéale et universelle

d'intégration des techniques mais les différentes façons d'intégrer les techniques et les problèmes en rapport avec leur intégration. En effet, la stratégie dépendra du type de paysage, depuis un terrain naturel lisse jusqu'à des régions urbaines denses et complexes, sur les différentes résolutions d'image, sur l'acquisition des données, et sur la qualité de l'image, etc. Il y a peut-être une stratégie universelle, mais elle n'a pas encore été trouvée. Même si cette stratégie existe, quelques stratégies plus simples seront plus légères en temps de calcul et assez efficaces pour un ensemble de données et sur un paysage donné.

### 3.3.7.1. *Corrélation d'entités de base et échantillonnage spatial*

Pouvons-nous calculer un MNE à partir d'un ensemble clairsemé de points qui correspondent à quelques entités de détails d'images corrélés, c'est-à-dire les points d'intérêt, les points de contours, etc. ; pour réduire le temps du calcul ? La supposition sous-jacente serait que tout point du relief pourrait être déterminé à partir des détails calculés comme plus proches par un processus d'interpolation. Les détails de l'image sont clairsemés et n'échantillonnent pas le relief assez bien pour le décrire correctement. De plus, ces entités ne sont pas stables ni assez discriminantes (surtout dans le cas de scènes urbaines) donc conduisent à de fausses corrélations. Plus les entités sont denses, plus la surface sera finement échantillonnée. Les points ou les zones de la surface sont donc les entités de base pour le processus de corrélation de MNE, bien que les traits de l'image puissent aider dans ce processus comme nous verrons plus tard.

Dans le cas de relief naturel lisse, les entités de zones de surface paraissent être plus pertinentes pour décrire la surface. Si nous supposons le relief assez lisse et plan en ce qui concerne la dimension locale des zones, l'échantillonnage spatial du MNE n'a pas besoin d'être de la dimension du pixel terrain. Néanmoins, si nous voulons que le MNE décrive la surface de la façon la plus précise, il n'y a pas que l'altitude à stocker pour chaque point du MNE. En effet, l'information de pente est pour beaucoup d'applications aussi voire plus utile que l'altitude. Donc, le vecteur normal à l'imagette devrait aussi être stocké pour chaque point de la grille pour améliorer la précision de l'altitude et les processus d'interpolation de pente pour un point à l'intérieur de la grille.

Pour des surfaces « plus rugueuses » comme dans les régions urbaines, une grille de pas rectangulaire de la taille de l'imagette ne serait pas adéquate car les imagettes doivent être très petites pour décrire la surface correctement. Donc, le contenu correspondant en texture des imagettes ne sera souvent pas assez riche pour être discriminant sur les entités. Pour les surfaces urbaines, nous préférons utiliser un échantillonnage plus dense, c'est-à-dire que le processus peut être mené pour chaque pixel de l'image  $I_1$  avec la méthode SMI ou pour chaque point de la grille  $(X, Y)$  du MNE avec la méthode SMO. Dans la dernière méthode, le pas de l'échantillonnage spatial du MNE devrait

correspondre à la dimension du pixel terrain. Cela ne veut pas dire pour autant que cette résolution spatiale du MNE est équivalente à la dimension du pixel terrain car les altitudes mesurées sont une « moyenne » de toutes les altitudes vraies à l'intérieur de l'imagette.

#### 3.3.7.2. *Initialisation du processus de corrélation*

Une approximation ou connaissance grossière de la surface aide à réduire considérablement la gamme des intervalles de l'espace de recherche pour diminuer le temps de calcul et réduire la probabilité des ambiguïtés corrélées. Les stratégies d'initialisation sont variées.

#### 3.3.7.3. *Utiliser les points de liaison*

Une surface grossière peut être construite en utilisant les points de liaison qui ont été utilisés pour déterminer l'orientation relative des images dans le processus de détermination des paramètres d'orientation du capteur. Les échantillons 3D qui correspondent aux points de liaison corrélés peuvent être triangulés pour construire une surface de type RIT (TIN en anglais) qui sera utilisée pour initialiser la génération de MNE. L'image peut être extrêmement dense et donc la surface grossière sera très proche de la vraie surface.

#### 3.3.7.4. *Corrélation hiérarchisée*

Les processus de corrélation hiérarchisée [GRI 88] visent en premier lieu à corréler un sous-ensemble très restreint d'entités de l'image, c'est-à-dire les détails caractéristiques de l'image comme les contours et utiliser ces corrélations pour initialiser la corrélation de toutes les autres entités de l'image. Les hypothèses de corrélation pour tous les points qui se trouvent entre les détails corrélés sont recherchées dans un intervalle de l'espace de recherche de disparité / élévation encadré par ceux des détails corrélés. Ce processus est efficace quand les entités détails sont stables ; sinon l'erreur se propage.

#### 3.3.7.5. *Méthodes de l'espace objet et de l'espace image*

Quand le processus de corrélation se déroule dans l'espace image, les points 3D homologues de points localisés sur une grille régulière dans l'espace de l'image esclave ont une distribution irrégulière dans l'espace de l'objet. Donc la génération d'une grille régulière spatiale MNE passe par un rééchantillonnage / interpolation aveugle de l'ensemble irrégulièrement distribué des échantillons 3D, ce qui crée inévitablement des artefacts et dégrade la qualité des altitudes calculées pour tout le MNE. Il est donc très préférable de déterminer les altitudes de tous les points du MNE avec la méthode SMO.

En contrepartie, quelques inconvénients quant à la mise en œuvre pratique seront mentionnés. Si nous produisons le MNE en calculant séquentiellement les altitudes pour tous les points, quelques opérations de base sont très redondantes, donc les temps de calcul augmentent inutilement. En effet, nous avons mentionné plus tôt que le calcul de corrélation a été appliqué pour un  $(X, Y)$  et pour un  $z$  donnés aux ortho-imagettes produites par le rééchantillonnage local des images. Le point voisin dans la grille aura pour le même  $z$  des ortho-imagettes se recouvrant. Donc, le processus de rééchantillonnage pour tous les pixels à l'intérieur de la zone de chevauchement sera redondant. Et plus grandes seront les fenêtres, plus forte sera la surabondance. Comment éviter ceci ? La solution est de rééchantillonner les deux images dans l'espace objet une fois pour toutes pour un  $z$  donné. En d'autres termes nous construisons deux ortho-images (qui ont la même géométrie que notre MNE) en supposant que cette surface est plate et d'altitude  $z$ . Si le relief autour d'un  $(X, Y)$  donné est à une altitude  $z$  les ortho-imagettes extraites de ces ortho-images et centrées sur  $(X, Y)$  devraient être semblables. Donc pour ce  $z$  donné et pour tous les  $(X, Y)$  de la grille MNE nous pouvons calculer toutes les corrélations.

En pratique, la détermination des altitudes pour chaque point de la grille du MNE peut être faite de deux façons. La première consiste à initialiser les altitudes du MNE au  $z$  le plus bas possible et à déterminer toutes les corrélations pour ce  $z$  et pour chaque point de la grille du MNE avec notre rééchantillonnage global et processus de corrélation (nous entreposons les valeurs de la corrélation dans une grille correspondante). Pour les autres  $z$  possibles, nous effectuons globalement la corrélation de la même façon. Tous les points de la grille du MNE où les valeurs de la corrélation sont plus fortes que celles calculées avec le  $z$  antérieur voient leur altitude et la valeur de la corrélation remises à jour. Nous continuons ce processus jusqu'à ce que nous atteignons le  $z$  le plus haut possible. Si les capacités du stockage sont limitées, nous pouvons couper le MNE global en plusieurs plus petits et traiter chacun d'eux indépendamment et séquentiellement. Le premier intérêt est que nous pouvons vérifier que le profil de la corrélation a un bon aspect. Le second est que le sommet du profil de corrélation n'identifie pas toujours la vraie solution qui apparaît dans le profil de corrélation comme un pic secondaire. Garder toute l'information nous laisse la meilleure possibilité de choisir la solution à l'intérieur de l'ensemble des pics avec un traitement de plus haut niveau. C'est ce que nous allons développer maintenant.

### 3.3.7.6. Amélioration du processus en cherchant une solution globale

Nous avons traité jusqu'à maintenant le problème de mesures d'entités indépendantes. Dans le cas de mesures de MNE denses, nous avons produit un nuage dense d'entités indépendantes qui sont supposées décrire une surface. Ces

points devraient décrire une surface « possible » et les mesures de voisinage devraient être cohérentes dans une certaine mesure. En effet, une mesure 3D ne peut pas être complètement indépendante de celles du voisinage. Même quand des discontinuités se produisent, il y a une certaine corrélation avec les voisinages sur chaque côté de la cassure. Nous pouvons donc vérifier localement ou plus globalement la cohésion interne de toutes les mesures en supposant quelques hypothèses modélisées ou contraintes sur les propriétés de base de la surface.

### 3.3.7.7. Détection des échantillons 3D erronés

Une technique simple souvent appliquée pour détecter des échantillons erronés est basée sur la *contrainte de classement*. Cette contrainte, basée sur la supposition que la surface observable est une variété de la forme  $z = f(x, y)$ , vérifie que trois points d'image dans un ordre donné sur une ligne épipolaire suivent le même classement sur l'épipolaire conjuguée. La *contrainte de visibilité* peut aussi être appliquée aux échantillons de surface. En effet, chaque échantillon 3D a été déterminé en mettant en correspondance des points homologues, donc en supposant implicitement que ces points sont visibles dans les deux images. Nous pouvons vérifier, avec un algorithme mémorisant les  $z$ , que chaque échantillon est directement visible dans les images et n'est pas caché par tous les autres échantillons. Si quelques échantillons sont cachés nous avons la preuve de l'existence d'échantillons erronés. Il y a une incompatibilité évidente entre  $P_1$  et  $P_2$ . (cf. figure 3.22).

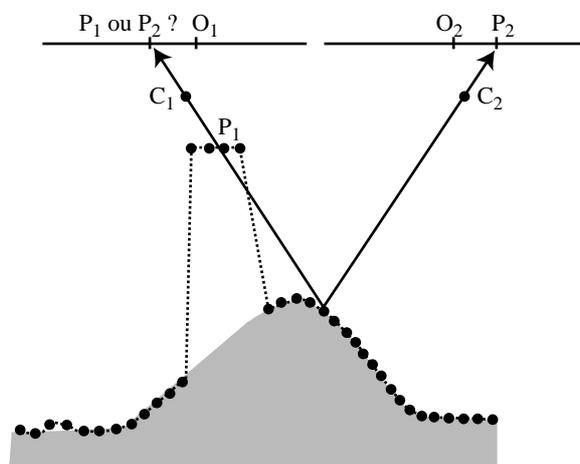


Figure 3.22. Détection de l'incohérence de la surface cartographiée

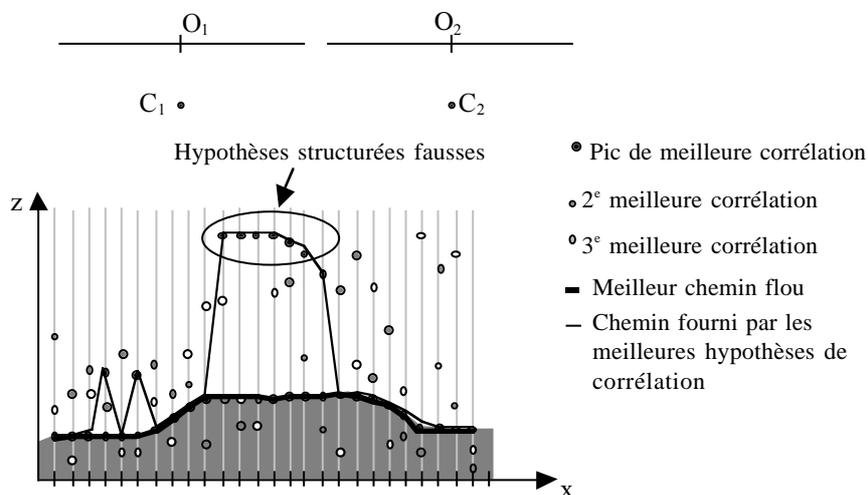
Dans le cas de relief naturel, nous pouvons vérifier que la surface est localement, lisse, plane et continue. Pour le traitement d'une petite zone, nous pouvons vérifier que les voisinages de ces zones sont continus. Si une des zones n'est pas du tout corrélée avec son voisinage, la zone est abandonnée et peut être remplacée par une zone qui va parfaitement avec ses voisins. Pour un traitement 3D ponctuel, nous pouvons déterminer un plan accessoire décrivant localement le voisinage par une technique d'estimation par moindres carrés et vérifier que le point considéré est assez proche de ce plan. Nous pouvons encore gérer ce traitement si une discontinuité se produit, en supposant que cette discontinuité est caractérisée par un contour dans une des images. En effet, nous pouvons transposer les échantillons 3D dans l'espace image et nous pouvons considérer seulement les échantillons voisins qui sont sur le même côté d'un contour. En plus, si un ensemble local d'entités est erroné, c'est-à-dire que les erreurs sont structurées et étendues, ce traitement rejoint les problèmes mal posés.

#### 3.3.7.8. *Trouver la meilleure surface 3D de façon globale*

Une solution « propre » pour trouver la surface la plus « vraisemblable » est de garder pour toutes les entités tout ou partie des meilleures hypothèses de mise en correspondance (les pics de corrélation), et trouver le meilleur chemin ou surface ajustant les mesures « floues » par une technique d'optimisation. Nous pouvons évaluer le réalisme et la « probabilité » de chaque trajectoire possible et retenir la meilleure, étant donnée une fonction du coût qui intègre des contraintes sur le comportement de la surface. La figure 3.23 montre un exemple d'une optimisation globale avec une contrainte de continuité où nous avons gardé pour chaque (X, Y) le long d'un profil terrain, les trois Z les plus vraisemblables, correspondant aux trois plus hauts pics de corrélation obtenus avec la méthode SMO.

Les techniques d'optimisation qui peuvent être appliquées sont nombreuses : la relaxation, les moindres carrés, la programmation dynamique, etc. Nous ne décrivons pas ces techniques ici, on peut les trouver dans beaucoup d'ouvrages. Ce qui différencie ces techniques est le domaine sur lequel porte l'optimisation. La relaxation est habituellement appliquée aux petits voisinages autour des échantillons. La programmation dynamique est appliquée aux échantillons le long de zones de terrains linéaires (*cf.* figure 3.23) ou profils d'images (par exemple lignes épipolaires). Plus le domaine est grand, plus grandes sont les chances de trouver une solution globale « correcte », mais plus l'optimisation est complexe, le calcul long, et la probabilité grande de propager une erreur à travers tout le domaine. En plus, si nous choisissons des domaines locaux, nous devons vérifier que tous les domaines suivis sont cohérents, ce qui nous conduit à un autre problème d'optimisation.

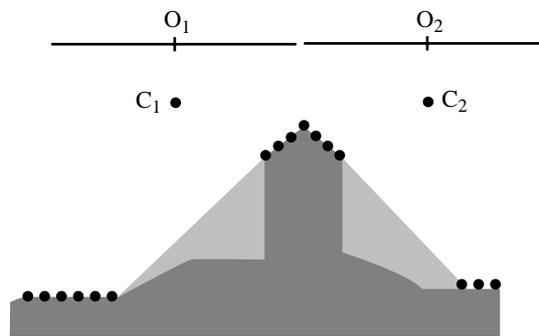
Les processus d'optimisation peuvent être effectués dans l'espace objet, c'est-à-dire sur des hypothèses d'échantillons 3D, ou dans l'espace image sur les hypothèses de corrélation. Un des intérêts majeurs de ces processus, en plus d'améliorer globalement les résultats, est que nous pouvons utiliser des fenêtres de plus petites dimensions et avoir une meilleure interprétation locale et morphologique de petites structures 3D. De plus, utiliser les plus petites fenêtres possible est une garantie que les mesures du voisinage sont le « plus » indépendantes possible, et ceci diminue donc la probabilité d'avoir structuré des régions erronées qui pourraient tromper le processus d'optimisation.



**Figure 3.23.** Exemple virtuel d'optimisation de trajectoire possible des meilleures hypothèses d'échantillons 3D données par la méthode SMO. En trait fin, la trajectoire donnée par les meilleures hypothèses indépendantes de corrélation. En trait épais, la meilleure trajectoire « floue » qui suppose des contraintes, c'est-à-dire la surface est continue et lisse, sans pente forte

Quand les surfaces ne sont pas continues mais continues par morceaux comme dans les régions urbaines, le processus d'optimisation devrait prendre en considération l'emplacement des lignes 3D de cassure pour autoriser localement une profondeur ou une discontinuité de la disparité. Comme nous n'avons pas d'information sur leur emplacement a priori, la seule information que nous pouvons injecter dans le processus est l'emplacement de contours de l'image qui sont les projections des cassures possibles [MAR 92]. Nous pouvons appliquer alors une contrainte de continuité sur les hypothèses (ramenées dans l'espace image) séparément sur chaque côté du contour. Comme nous l'avons dit plus

haut, dans les régions urbaines, les contours qui correspondent à des limites de bâtiments n'apparaissent pas dans toutes les images en même temps, mais la plupart du temps, un bord de bâtiment contrasté donné paraît dans au moins une des images. Si nous voulons que le processus de cassure soit efficace, nous devons considérer l'optimisation sur tous les contours de toutes les images en même temps. Néanmoins, on devrait avoir à l'esprit que ce processus peut dans quelques cas produire des discontinuités de profondeur virtuelles autour de contours non 3D.



**Figure 3.24.** *Régions cachées*

Il est nécessaire, avant les traitements d'optimisation, d'écartier tous les points de la pointe qui n'ont pas un profil de corrélation significatif. En effet, ces points pourraient correspondre à des régions cachées à cause de structures cachées. Chercher un chemin dans ces régions n'aurait aucun sens et mènerait dans tous les cas à une solution erronée. Est-ce que ces points devraient être à posteriori interpolés aveuglément dans le traitement produisant le MNE ? Certainement pas ! Cela nous conduirait à des surfaces bizarres. La stratégie de bouchage des trous devra être guidée par l'opérateur. L'alternative, si nous désirons un processus complètement automatique, serait l'existence d'une solution à l'intérieur des hypothèses de corrélation pour chaque point du paysage. Cela veut dire que chaque point du paysage devra être vu dans au moins deux images du lever. Dans le cas de levers urbains, cela implique un fort recouvrement stéréo. Le processus d'optimisation sera conduit sur toutes les hypothèses d'échantillonnage 3D accumulées à partir de toutes les paires stéréoscopiques possibles.

### **3.3.8. Un exemple de stratégie pour les paysages urbains complexes : la programmation dynamique appliquée à la corrélation globale et hiérarchisée des lignes épipolaires conjuguées<sup>4</sup>**

Nous décrirons ici un processus global de corrélation basé sur la programmation dynamique qui intègre des contours pour modéliser les discontinuités 3D. Ce schéma [BAI & MAI 00] [BAI & DIS 00] a donné de très bons résultats sur les paysages urbains, suburbains, et ruraux.

#### *3.3.8.1. Qu'est-ce que la programmation dynamique dans le cas de corrélation d'images épipolaires ?*

Afin de corréler des images stéréo, la programmation dynamique est considérée comme la recherche de la « meilleure » trajectoire entre deux paires connues de points homologues, pour obtenir le profil entre ces deux points. Le terme de « meilleure » est considéré par rapport à une fonction d'énergie qui évalue la ressemblance entre toutes les paires de points possibles.

Étant donné le point de vue SMI, les images épipolaires rééchantillonnées représentent un espace de travail intéressant : étant donnée chaque paire de lignes homologues, le but revient à chercher une « meilleure » trajectoire entre les deux origines et extrémités (ou deux paires connues de points homologues) dans l'espace défini par la droite et la gauche de la ligne épipolaire et rempli d'une fonction de ressemblance (*cf.* figure 3.27). Toutes les explications qui suivent sont basées sur une corrélation « pixel à pixel » mais pas sub-pixellaire.

#### *3.3.8.2. La fonction de ressemblance*

Une condition nécessaire pour la fonction de ressemblance est que le calcul doit être comparable partout : par exemple, les fenêtres adaptatives pour le calcul de coefficient de corrélation ne fournissent pas de valeurs comparables parce que la hauteur du pic de corrélation dépend de la dimension de la fenêtre. Quelques astuces de calcul réduisent le problème de l'influence de la dimension de la fenêtre sans le résoudre. Donc, dans ces cas, il ne peut pas y avoir de façon objective une trajectoire optimisée.

L'estimation de la ressemblance utilisée pour la corrélation dans les figures 3.25 et 3.26 n'est autre que le simple coefficient de corrélation sur un voisinage à dimension constante. Elle n'évalue pas la ressemblance de la radiométrie locale, mais la ressemblance du changement de radiométrie à l'intérieur du voisinage. Nous verrons plus tard comment utiliser la ressemblance radiométrique en corrélation avec la programmation dynamique.

---

4. Cette section a été rédigée par Olivier DISSARD et Nicolas PAPANODITIS.

3.3.8.3. Possibilités pour les trajectoires

Avec l'hypothèse selon laquelle les objets sur les deux lignes épipolaires doivent être trouvés dans le même ordre (ce qui est la réalité, sauf pour des objets mobiles, ou pour des effets de perspective sur côtés latéraux de la paire épipolaire, entre pylônes ou arbres, et texture du sol), chaque trajectoire possible qui passe par un point vient de trois directions seulement (cf. figure 3.25).

Ceci veut dire en fait qu'il n'y a aucune possibilité d'aller en arrière sur une image quand on va sur l'autre en avant. Cette supposition simple mais tout à fait robuste rend le calcul possible, puisque la meilleure trajectoire à travers un point dérive des trois meilleures trajectoires avec des coordonnées inférieures ou égales à celles considérées.

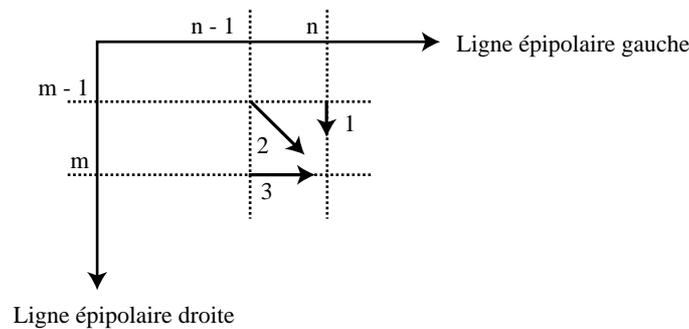


Figure 3.25. La trajectoire vient de trois directions seulement

La trajectoire sélectionnée sur le point P (n, m) est alors :

$$(1) P(n, m) = \text{Max} (P(n, m-1) + \text{Energie} (1), P(n-1, m-1) + \text{Energie} (2), P(n-1, m) + \text{Energie} (3))$$

Examinons chaque trajectoire :

- Chemin2 signifie que la disparité de (n, m) est la même que la disparité de (n-1, m-1) : nous sommes sur une surface horizontale 3D ;
- Chemin1 signifie que nous avons avancé d'un pixel sur l'image droite, gardant la même position sur la gauche, la disparité a progressé. Si (n, m) appartient au chemin à droite, ceci signifie que nous sommes sur une partie de l'image droite qui ne paraît pas sur la gauche : occlusion, véhicule mobile, réflexion spéculaire... Chemin1 est aussi pour les régions inclinées : par exemple, un demi-profil incliné alternera Chemin1 et Chemin2 à travers la trajectoire optimisée ;

– Chemin3 est le contraire de Chemin2, concernant les lignes gauches et droites.

Dans l'algorithme, le point (n, m) recevra la valeur de P(n, m) et O(n, m) qui est de provenance (1, 2 ou 3) de P(n, m) :

$$O(n, m) = \text{Arg (energie)}(\text{Max (P(n, m-1) + Energie(1), P(n-1, m-1) + Energie(2), P(n-1, m) + Energie(3)))}$$

Donc P est utilisé pour progresser depuis le point initial vers le point final, pendant qu'O permet de revenir au point de départ, une fois le point final atteint.

#### 3.3.8.4. La fonction d'énergie

Considérons Chemin2 : il veut dire que la disparité est la même entre (n, m) et (n-1, m-1), en d'autres termes, il veut dire que le profil 3D est continu, l'homologie entre les points n et m est acceptable, par conséquent, la fonction de ressemblance doit fournir une valeur acceptable.

Du point de vue opposé, nous supposons que Chemin2 est le bon si la fonction de ressemblance (le coefficient de corrélation  $cc(n, m)$ ) est acceptable, au-dessus d'un seuil donné  $ccmin$ .

$$\text{Path2} = cc(n, m).$$

Que se passe-t-il quand  $cc(n, m) < ccmin$  ? " $cc(n, m) < ccmin$ " signifie que (n, m) n'est pas une paire homologue, nous sommes sur une partie d'une image qui n'est pas visible sur l'autre. Donc aucune participation de la fonction de ressemblance ne peut être considérée, par conséquent une énergie constante est attribuée à Chemin1 ou 3.

Progresser vers le point final avec les chemins 1 ou 3 ne doit pas être un handicap, à comparer avec un mauvais assortiment (Chemin2).

Ceci signifie que si Chemin2 est mauvais,  $\text{Chemin1} + \text{Chemin3} > \text{Chemin2}$ . D'un autre côté, si Chemin2 est bon,  $\text{Chemin1} + \text{Chemin3} < \text{Chemin2}$ .

$$\text{Donc Chemin1} = \text{Chemin3} = ccmin/2.$$

#### 3.3.8.5. Application

La figure 3.25 montre deux lignes épipolaires, une matrice de coefficient de corrélation, et la trajectoire optimisée entre les points. Cet algorithme est très commode en contexte urbain où l'on doit traiter des régions 3D habituellement continues, mais présentant des ruptures de disparité dues aux façades verticales.

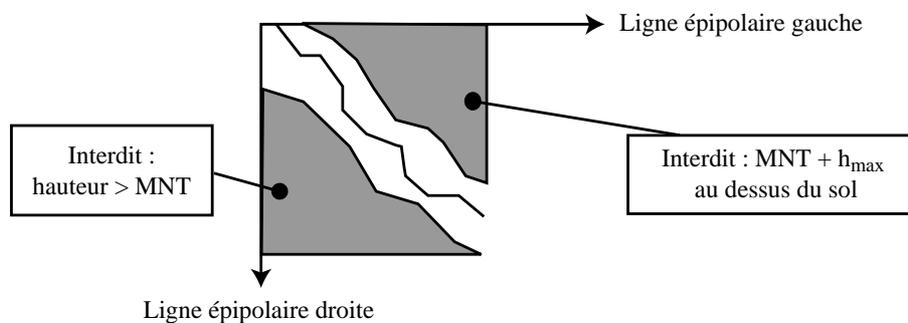
Des véhicules mobiles ou des contrastes opposés dus à des réflexions spéculaires sont traités par des séries de « Chemin1 + Chemin3 ». Cependant l'algorithme est robuste, car il trouve très rapidement la bonne trajectoire après un tel accident. Finalement, la trajectoire optimisée est « symétrique » : les trajectoires sont les mêmes si nous allons du point « final » au point « commencement ».

Lorsqu'on a des paires homologues de points comme points de commencement et de fin, l'incidence est en fait très limitée, le bon chemin est toujours trouvé directement après le bon nombre de Chemins1 ou Chemins3.

Les intervalles de recherche peuvent être limités pour réduire le temps de calcul avec une carte de contours 3D par exemple : le point de commencement est un contour  $C1(n1, m1)$  et le point d'extrémité est le prochain  $C2(n2, m2)$  : la trajectoire optimisée a une longueur  $L < n2 - n1 + m2 - m1$ .

#### 3.3.8.6. Les trajectoires défendues : comment introduire de nouvelles contraintes

Pour différentes raisons, quelques paires de points ne peuvent pas être appariées. Ceci se voit sur la matrice par des parties ou des points pour lesquels chaque Chemin2 a une énergie très basse : au lieu de calculer le coefficient de la corrélation sur ces points, nous fixons  $cc \ll -1$ . Ces paires de points peuvent cependant appartenir à une occlusion (Chemin1 ou 3), pas à une surface appariée.



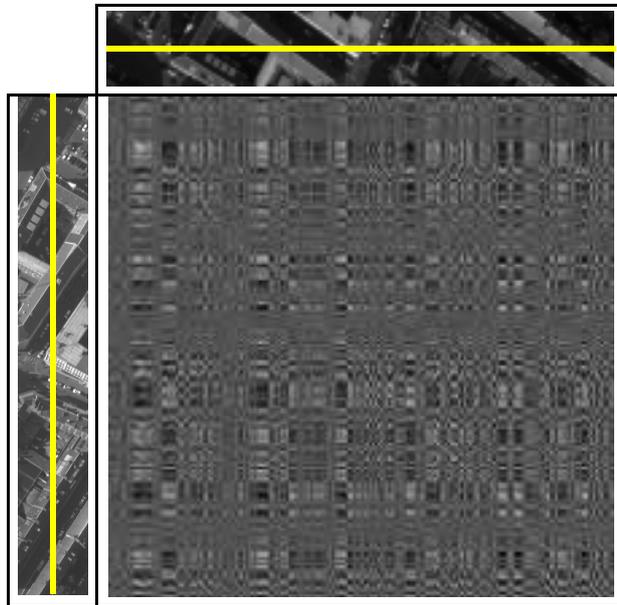
**Figure 3.26.** Trajectoires défendues

Un exemple d'application de cette supposition est un processus d'appariement à deux étapes : d'abord en programmation dynamique avec un  $cc_{min}$  très fort, 0,7 ou 0,8. Ceci donne un ensemble de points homologues, pas dense mais clairsemé, suffisant pour modéliser le comportement radiométrique relatif global des images entre elles. Un deuxième appariement autorise un  $cc_{min}$  bas (toujours plus grand que 0, sinon il autorisera des appariements de

contrastes inversés) avec un appariement défendu là où les deux radiométries sont loin de notre modélisation radiométrique. Les exemples dans les figures 3.28 à 3.30 (voir cahier couleur) sont obtenus avec un tel algorithme à deux étapes.

Quelques parties sont interdites à cause des occlusions, par exemple dans le cas où nous connaissons les altitudes inférieures et supérieures possibles (avec un appariement grossier, ou par la connaissance d'un MNT et d'une hauteur maximale des objets au-dessus du sol – arbres ou bâtiments –). Une restriction de l'espace de recherche accélère grandement le processus.

### 3.3.8.7. Quelles difficultés assorties la programmation dynamique résout-elle ?



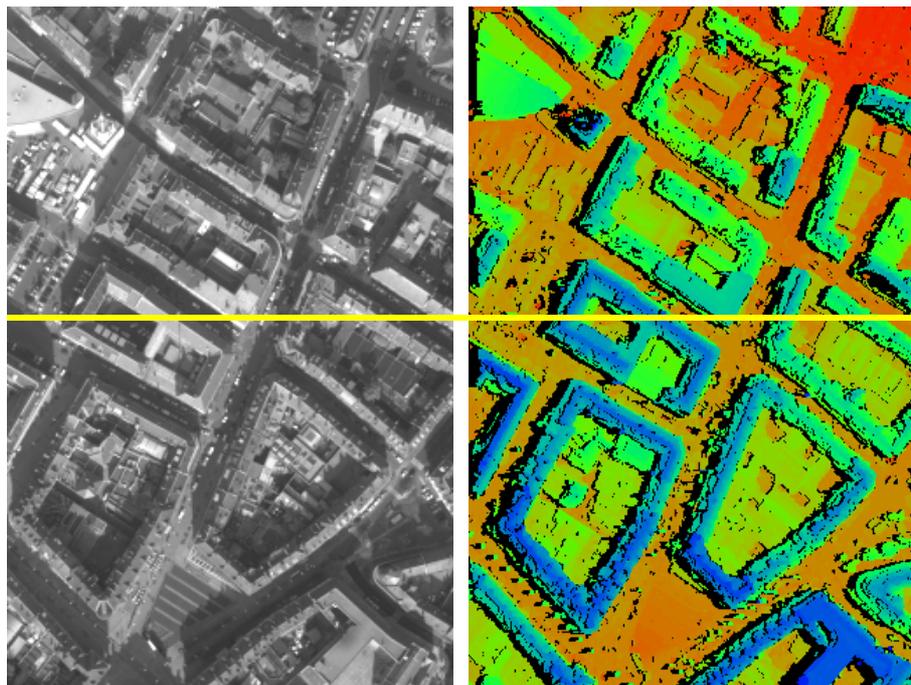
**Figure 3.27.** Matrice de corrélation qui correspond à la corrélation de deux lignes épipolaires, apparaissant en jaune dans les extraits de l'image. Chaque niveau gris avec les coordonnées  $(i, j)$  dans cette matrice correspond à la valeur de la corrélation et la vraisemblance de l'hypothèse d'appariement entre le pixel de rang  $i$  le long de la ligne épipolaire dans l'image 1 et le pixel de rang  $j$  le long de la ligne épipolaire dans l'image 2. Le meilleur chemin trouvé avec la programmation dynamique dans la matrice de la corrélation est superposé en jaune. Les lignes rouges montrent quelques exemples de points correspondants trouvés le long de la trajectoire. Les lignes et régions vertes montrent quelques exemples de contours 3D de l'occlusion et la région correspondante occluse dans l'autre image respectivement (voir cahier couleur).

Cet algorithme est conçu pour résoudre les difficultés de corrélation dues aux façades verticales au-dessus du sol, et en fait, il résout aussi bien les cas des véhicules mobiles, quand aucune ambiguïté de corrélation ne paraît. Les textures répétées, tel que les parkings, sont aussi résolues par programmation dynamique, qui est considérée comme une optimisation globale.

En revanche, cet algorithme souffre de la mesure de ressemblance qui prend en considération le contraste, et les frontières des objets 3D peuvent donc être délocalisées avec une erreur égale au rayon de voisinage de la mesure.

Il y a d'autres ambiguïtés d'appariement : le véhicule mobile apparié avec un véhicule garé (cf. figure 3.30), la confusion avec des objets sur des murs de bâtiments occlus sur une image...

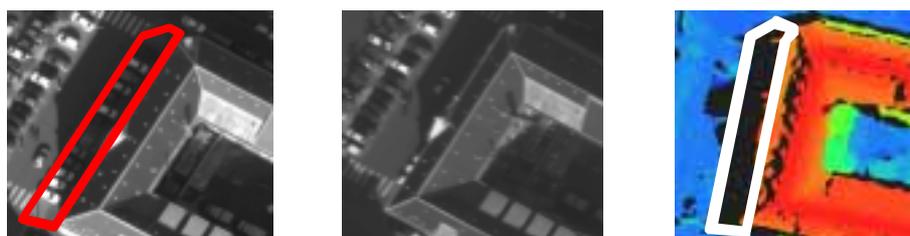
On peut trouver plus de détails dans [BAI 96].



**Figure 3.28.** Résultats de la stratégie de corrélation globale sur un recouvrement complet de paire stéréoscopique dans une région urbaine dense. La ligne jaune superposée sur les deux images correspond à la ligne que nous avons traitée figure 3.27 (voir cahier couleur)

### 3.3.9. Les limites du stéréo-traitement pour la génération de MNE : images obtenues avec les caméras numériques<sup>5</sup>

À ces niveaux de résolution et dans un contexte de tissu urbain dense, il y a un nombre considérable de parties cachées, à tel point qu'une description dense et consciencieuse de la scène par une analyse stéréo devient impossible. De plus, dans les régions urbaines, le traitement stéréo classique mène à des résultats incomplets dus à des régions cachées ou qui manquent (cf. figure 3.29), et admet des défauts dus à toutes les ambiguïtés de corrélation rencontrées : véhicules mobiles (cf. figure 3.30), structures répétitives, etc., et dû aussi à la médiocre qualité de l'image. Cette médiocrité dans les images scannées est due par exemple au bruit ajouté par le processus de scannage, la poussière, les rayures, les cheveux présents sur la pellicule photographique, mais aussi à la non-linéarité de la sensibilité de la réponse du processus photographique. En effet, le rapport signal à bruit est désastreux dans les régions sombres telles que les ombres, qui ont donc peu de chances d'être mises en correspondance si les contrastes sont durs.



**Figure 3.29.** Manque d'information dans le MNE dû aux régions cachées dans les images, surtout les régions au sol au pied des bâtiments

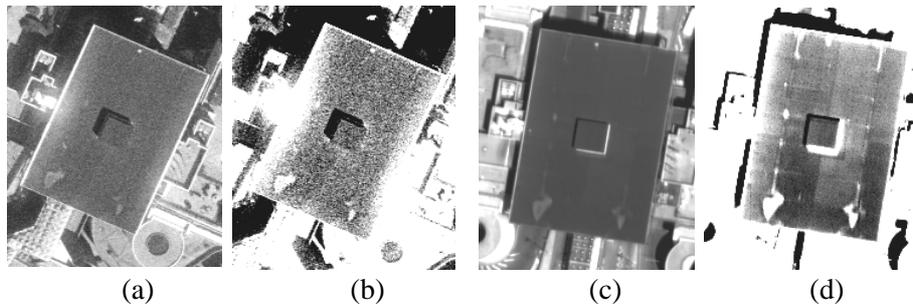


**Figure 3.30.** Artefacts dus aux véhicules mobiles. En effet, le traitement stéréoscopique suppose que les surfaces observées sont immobiles entre les deux acquisitions (voir le cahier couleur)

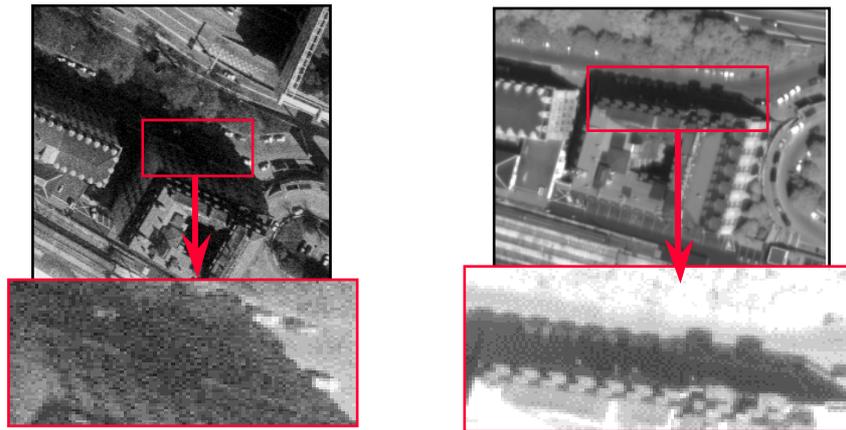
La qualité des images, c'est-à-dire le rapport signal à bruit, est le facteur-clé pour la qualité des produits dérivés des images. En effet, pour un système imageur avec un bien meilleur rapport signal à bruit, le contenu de l'image dans

5. Cette section a été rédigée par Nicolas PAPANODITIS.

les régions « homogènes » et ombragées est de nouveau visible et pourra être traité sans difficulté.



**Figure 3.31.** (a) et (b) : images obtenues par la caméra numérique de l'IGN. (c) et (d) : images argentiques scannées (même taille de pixel sol que (a) et (b)). On note l'impact sur régions homogènes d'un meilleur rapport signal à bruit, bien que les toits paraissent très homogènes

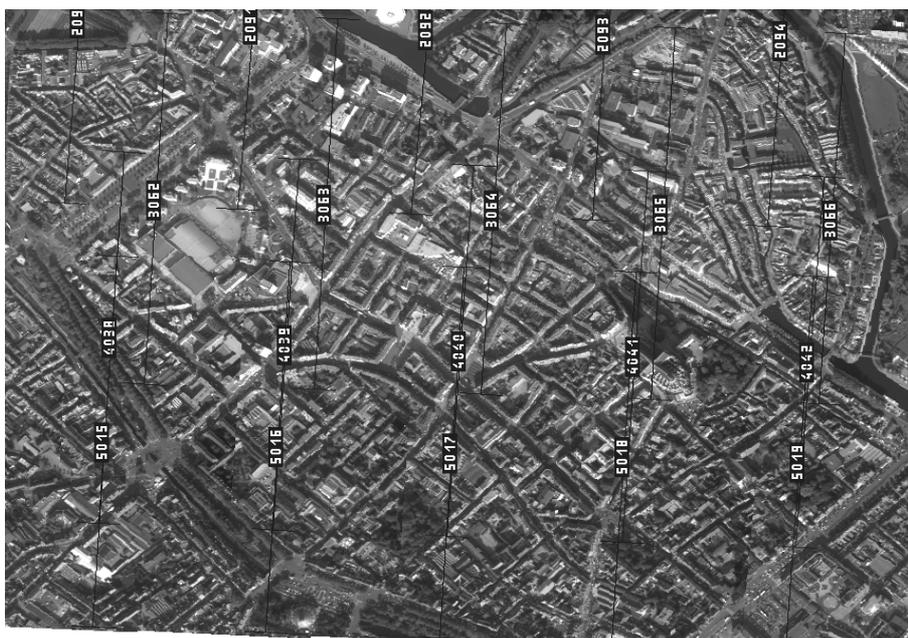


**Figure 3.32.** On peut voir le médiocre contenu de l'image gauche dans les ombres, dû à la mauvaise sensibilité du film dans les régions sombres en comparaison du contenu riche de l'ombre (droite) à l'intérieur de l'image numérique grâce à la linéarité et la sensibilité du senseur DTC. Ces images ont été prises en même temps donc avec le même éclairage et les mêmes conditions atmosphériques

### 3.3.10. Les limites du stéréo-traitement pour la génération de MNE : les vues multiples

L'acquisition de chantiers avec des vues multiples (une tache particulière du paysage est vue dans plus de deux images) résout beaucoup de problèmes. En réalité, à condition qu'un recouvrement suffisant existe entre les images, il y

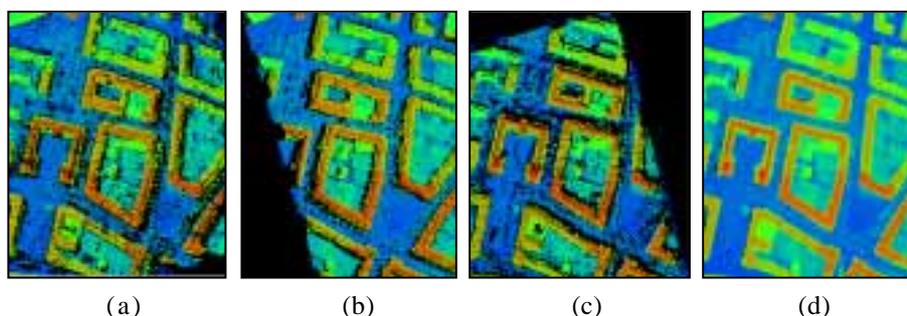
aura toujours un ou plusieurs couples parmi l'ensemble entier de couples dans lequel un point donné du paysage est visible et où quelques-uns des problèmes décrits précédemment, c'est-à-dire les véhicules mobiles et les surfaces non lambertiennes, ne paraîtront pas. Dans le cas de figure 3.33, un point du paysage peut être vu jusque dans 9 images, donc jusque dans 36 pour des paires stéréoscopiques le long ou en travers de la trace à partir de ces 9 images.



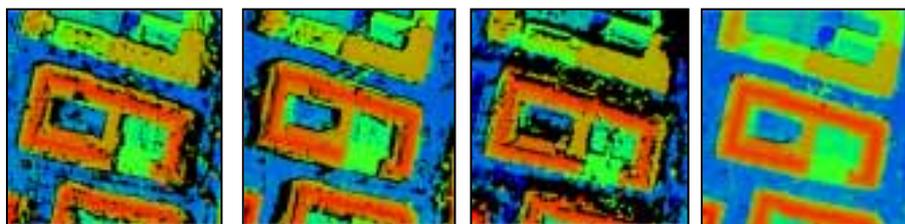
**Figure 3.33.** Tableau d'assemblage d'un lever aérien numérique avec un recouvrement de 60 % en long et en travers sur la ville française d'Amiens

### 3.3.10.1. Les vues multiples : fusion des MNE élémentaires obtenus sur chaque paire stéréoscopique

Les façons d'exploiter ces données ont été traitées en grande partie dans la littérature récente [CAN 95] [LEL 98]. Dans la plupart des techniques, l'idée générale est reconstruire le MNE par un mélange à posteriori de tous les MNE élémentaires calculés sur toutes les paires stéréoscopiques possibles par une technique de vote (par exemple basé sur la valeur médiane). Cette fusion autorise une densification et une fiabilisation des résultats à un haut niveau quand les MNE élémentaires sont complémentaires et quand les résultats sont valides dans la plupart des MNE.



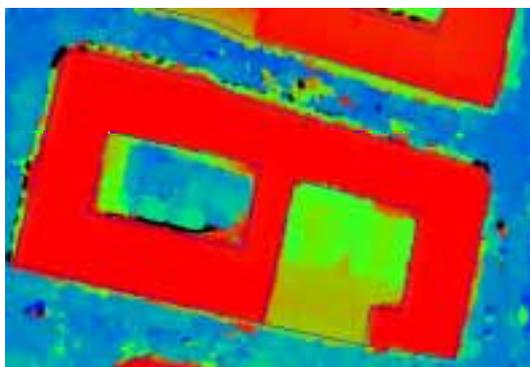
**Figure 3.34.** (a) (b) (c) trois MNE issus de paires stéréoscopiques élémentaires sur la même scène. On peut remarquer que les régions cachées ne sont pas localisées à la même place ; (d) MNE obtenu en fusionnant les trois MNE élémentaires



**Figure 3.35.** Extraits des MNE qui apparaissent dans la figure 3.32

Au contraire, le processus de corrélation stéréo exige l'usage de fenêtres de tailles non négligeables si on cherche des mesures suffisamment fiables. On sait bien que la qualité morphologique du MNE, c'est-à-dire la capacité de rendre des discontinuités, pentes, ruptures de pentes, microstructures de la surface, toutes d'une importance extrême pour la plupart des applications, est directement dépendante de la dimension de la fenêtre. Plus les fenêtres sont grandes et plus les « hautes fréquences » de la surface sont lissées, plus les discontinuités de profondeur sont délocalisées, et plus la mise en correspondance de pentes escarpées est difficile (à cause des déformations de l'image).

Un paramètre pour réduire la dimension de la fenêtre est le rapport signal à bruit des images de façon à réduire les ambiguïtés de mise en correspondance. Cela peut être obtenu naturellement en ayant un système imageur de plus haute qualité, ou artificiellement, en augmentant le nombre d'observations. L'utilisation d'images numériques de très haute qualité et de vues multiples améliore le problème de la reconstruction de la surface avec des algorithmes simples, vraiment adaptés à la nature et à la complémentarité des données.



**Figure 3.36.** MNS avec superposition des bords réels des toits d'immeubles. On peut remarquer la délocalisation des discontinuités de profondeur

### 3.3.10.2. Produire le MNE avec toutes les images en même temps : un traitement de mise en correspondance multi-image dans l'espace objet

Un processus (cf. figure 3.37) basé sur le concept de corrélation multi-image dans l'espace objet peut être utilisé pour traiter toutes les images et produire le MNE en même temps [PAP 00]. Ce processus autorise l'assortiment des images et la construction du MNE raster, et l'ortho-image tout en même temps sans devoir effectuer la suite des traitements (rééchantillonnage épipolaire, corrélation d'images, reconstruction 3D, et rééchantillonnage 3D) de toutes les paires stéréoscopiques et la fusion de tous les MNE élémentaires.

Le processus est basé sur l'algorithme suivant. Pour chaque nœud isolé  $(x, y)$  de la grille du MNE, un profil de corrélation est construit en rassemblant toutes les valeurs de corrélation calculées pour chaque  $z$  possible à travers un intervalle plausible  $[z_{\min}, z_{\max}]$  selon une connaissance à priori de la scène (donné par une carte, un MNT grossier, etc.). Pour chaque  $z$  donné, on calcule dans l'ensemble entier d'images, les coordonnées hypothétiques correspondantes  $(i_k, j_k)$  de l'image dans chaque espace image  $k$  (où  $0 < k < n$  et  $n$  est le nombre d'images où ce point  $(x, y, z)$  est vu). La vraisemblance de ces hypothèses est donnée par une mesure directe de la similarité de l'ensemble de fenêtres centrées sur le point  $(i_k, j_k)$ . La valeur « estimée »  $z$  retenue pour un  $(x, y)$  donné est celle pour laquelle la valeur maximale du profil de corrélation est atteinte. En plus, pour ce  $(x, y)$  et pour ce  $z$  estimé, nous pouvons calculer le niveau de gris correspondant dans l'ortho-image à partir de l'ensemble de niveaux de gris associés  $(i_k, j_k)$  en prenant la moyenne ou la médiane des valeurs par exemple.

En pratique, on ne traite pas séquentiellement tous les nœuds de la grille. En effet, les  $(i_k, j_k)$  ont des positions subpixelaires. Les fenêtres correspondantes

sont donc obtenues par rééchantillonnage local des images. Pour éviter la surabondance d'opérations de rééchantillonnage pour le voisinage des points de la grille du MNE, on rééchantillonne pour un  $z$  donné l'ensemble entier d'images et on calcule, pour tous les  $(x, y)$  et pour ce  $z$  donné, toutes les valeurs de corrélations correspondantes (en effet si ce  $z$  est le bon, le contenu des images rééchantillonnées doit être localement semblable et la valeur de la corrélation maximale). Alors on réitère ce processus pour l'ensemble entier de valeurs  $z$  en gardant pour chaque  $(x, y)$  l'altitude associée à la meilleure corrélation.

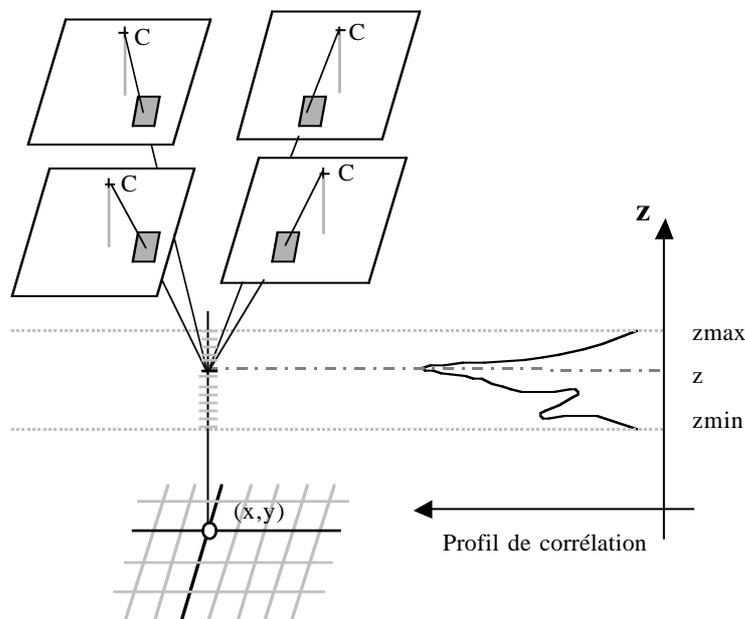


Figure 3.37. Appariement multi-image guidé depuis l'espace objet

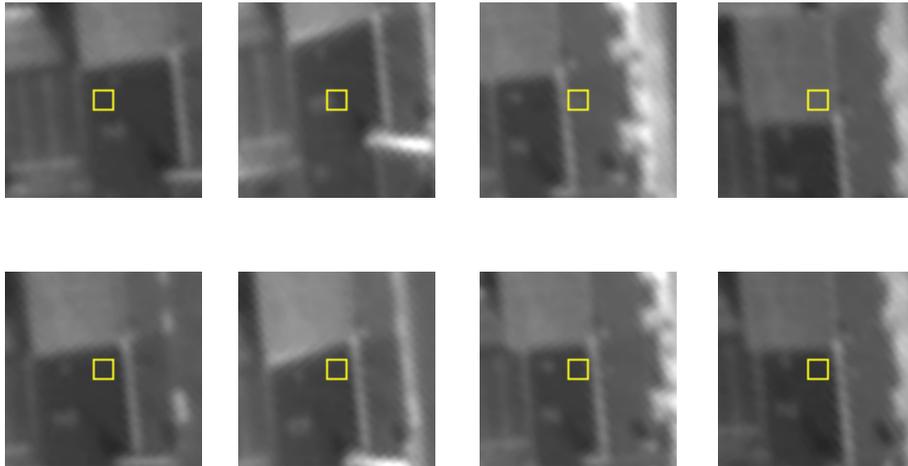
### 3.3.10.3. Une fonction de ressemblance multi-image

Comment peut-on mesurer la ressemblance d'un ensemble d'images ? L'extension directe de la fonction de corrélation croisée pour deux images n'est pas possible parce que cela fournit un produit scalaire et par conséquent une information sur l'angle formé par les deux vecteurs texture dont les composants sont les ensembles spatialement ordonnés de niveau de gris à l'intérieur de la fenêtre. Par conséquent nous avons défini une nouvelle fonction de Multi-image texture similarité adaptée (MITS) :

$$0 \leq \text{MITS}(i_1, j_1, i_2, j_2, \dots, i_n, j_n) = \frac{\text{Var}(\sum_{k=1}^n \vec{V}_k(i_k, j_k))}{\sum_{k=1}^n \text{Var}(\vec{V}_k(i_k, j_k))} \leq n$$

où  $\vec{V}_k(i_k, j_k)$  est le vecteur de la texture associé à la fenêtre centrée sur le pixel  $(i_k, j_k)$  dans l'image  $k$  et  $\text{Var}(\vec{V}_k(i_k, j_k))$  la variance du vecteur de texture  $\vec{V}_k(i_k, j_k)$ , c'est-à-dire les niveaux gris à l'intérieur de la fenêtre centrée sur le pixel  $(i_k, j_k)$  dans l'image  $k$ . Pourquoi cette fonction de corrélation ? Si les fenêtres de texture image sont semblables, c'est-à-dire que les vecteurs de la texture sont colinéaires, la valeur de la ressemblance est maximale. On peut remarquer que si  $n=2$  cette fonction est très près de la fonction de la corrélation croisée centrée classique.

#### 3.3.10.4. Une pondération de la similarité radiométrique



**Figure 3.38.** Comparaison de fenêtres homologues (3 x 3) trouvées pour un point  $(x, y)$  donné sans et avec fonction de pondération radiométrique

Vue la grande stabilité radiométrique des images numériques (ce qui n'est pas le cas pour des images scannées) et avec la supposition que la plupart des objets qui décrivent le paysage ont des caractéristiques lambertiennes, nous imposons une contrainte supplémentaire sur la radiométrie absolue de voisinages homologues, sous la forme d'une fonction de pondération. Cette pondération est nécessaire. En effet, la fonction de ressemblance MITS est « à

moyenne centrée ». Cette fonction mesure la ressemblance des textures de tous les voisinages mais pas leur ressemblance radiométrique ; cela peut engendrer des disparités. Notre nouvelle fonction de la ressemblance appelée MITRAS (Multi-Image texture avec similarité radiométrique) peut être exprimée de la façon suivante :

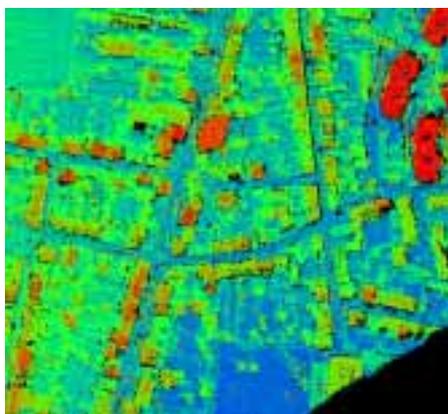
$$\text{MITRAS}(i_1, j_1, \dots, i_n, j_n) = \text{MIC}(i_1, j_1, \dots, i_n, j_n) \cdot \exp\left(-\frac{\text{Var}_k(I_k(i_k, j_k))}{k}\right)$$

où Var est la variation,  $I(i, j)$  le niveau gris d'un pixel  $(i, j)$ , et  $k$  un coefficient de normalisation. L'application de cette fonction de pondération permet d'obtenir un critère de ressemblance qui caractérise la texture et la ressemblance radiométrique des voisinages en même temps. Par conséquent, la fonction de ressemblance MITRAS est plus robuste et discriminante (cf. figure 3.38).

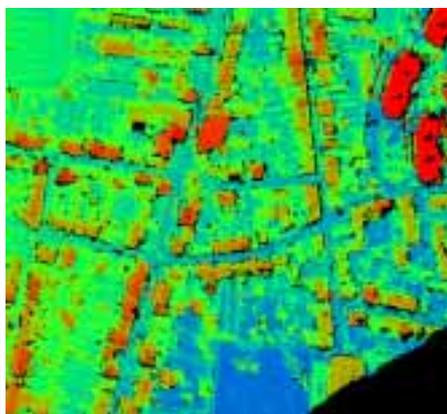
#### 3.3.10.5. Résultats de MNE issus de vues multiples et impact de la dimension de la fenêtre

L'augmentation du nombre d'observations permet, d'un côté de réduire considérablement les ambiguïtés de mise en correspondance rencontrées avec le stéréo-traitement classique, et donc d'augmenter la précision du processus. D'un autre côté, il permet aussi, grâce à la haute qualité des images numériques, d'utiliser des dimensions pour les fenêtres de corrélation de  $3 \times 3$  (cf. figure 3.39 et cahier couleur). Les résultats montrent clairement un MNE dense, une interprétation morphologique extrêmement bonne : toutes les pentes du relief, les ruptures de pente, discontinuités et microstructures, et une bonne localisation des discontinuités (surtout les bords de bâtiments). Cependant, la très petite dimension des fenêtres est à l'origine de fausses corrélations dans les régions très homogènes, qui n'apparaissent pas avec une fenêtre  $5 \times 5$  (cf. figure 3.40 et cahier couleur). Au contraire, une fenêtre  $5 \times 5$  donne une description moins exacte des microstructures et des discontinuités.

Travailler dans l'espace objet offre un bon nombre d'avantages. On peut travailler de façon transparente sur des images de résolutions différentes, et les paramètres sont exprimés sous une forme métrique. Aussi nous évitons le rééchantillonnage aveugle de tous les échantillons 3D qui correspondent à tous les homologues de l'image pour produire une grille régulière de MNE dans l'espace objet. En effet, quand le processus de mise en correspondance est dans l'espace image, ces échantillons suivent, bien que leur distribution soit régulière dans l'espace de l'image, une distribution spatiale irrégulière dans l'espace objet. Finalement, l'avantage majeur est que ceci permet, d'un côté de traiter  $N$  images de façon naturelle et transparente, et de l'autre, de construire le MNE et l'ortho-image correspondante en même temps.



**Figure 3.39.** MNS fabriqué avec 4 images et des fenêtres 3 x 3



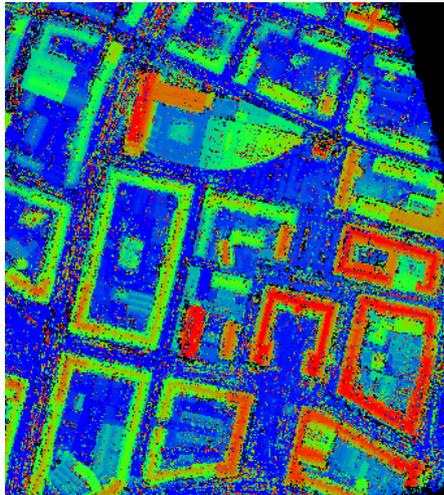
**Figure 3.40.** MNS fabriqué avec 4 images et des fenêtres 5 x 5



**Figure 3.41.** Ortho-image correspondant au MNS de la figure 3.40. Pixel sol de 40 cm, prise de vue numérique sur Le Mans avec recouvrements longitudinaux et latéraux de 50 %

3.3.10.6. *Auto-évaluation de la mise en correspondance et filtrage des fausses corrélations*

Comme attendu, la valeur de la corrélation multi-image ne fournit pas de probabilité, mais un bon auto-indicateur de la précision de la mesure. Les résultats (cf. figures 3.42 et 3.43) montrent que les points aberrants du MNE ont de beaucoup plus faibles valeurs de corrélation.

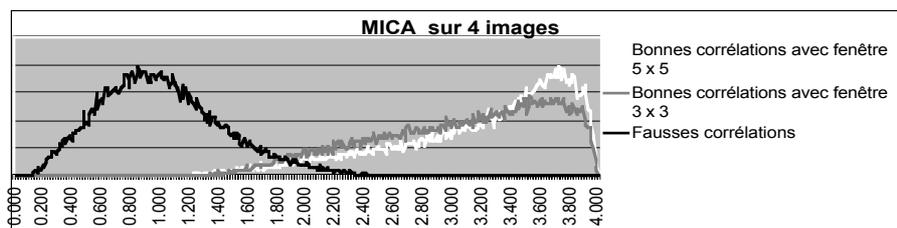


**Figure 3.42.** MNS bruts 2000 x 2000 obtenus avec notre traitement sur 4 images et fenêtres 3 x 3



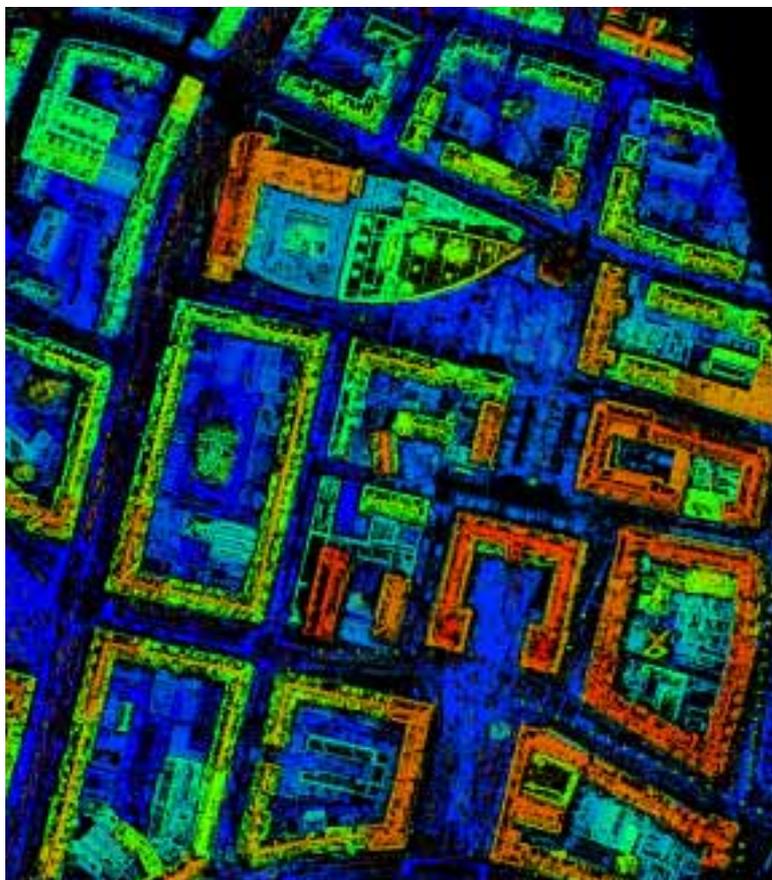
**Figure 3.43.** Valeurs de corrélation correspondant à la figure 3.41.

Images numériques pixel sol de 20 cm sur Amiens avec un recouvrement longitudinal et latéral de 60 %



**Figure 3.44.** Histogrammes de valeurs de corrélations

Une expérience simple d'analyse des distributions des valeurs de la corrélation montre ceci très clairement. Considérons des distributions de valeurs vraies et de valeurs aberrantes. Nous appelons vraies celles qui ont été trouvées avec notre processus, et aberrantes celles obtenues par le même processus en stipulant délibérément que l'on se trouve dans un intervalle de recherche altimétrique de même amplitude mais ne contenant aucun relief. On peut observer que les deux distributions sont seulement légèrement mélangées (cf. figure 3.44). D'une inspection de ces courbes, il peut être prédit que sur cette scène les points qui ont des valeurs de corrélation au-dessus de 2.9 sont presque sûres à 100 %.



**Figure 3.45.** MNS de la figure filtré avec un seuil de 2.9 sur les valeurs de corrélation de la figure 3.40

La distribution relative de séparation dans le cas de corrélation multi-image permet de définir un critère valide pour filtrer les points faux. On peut remarquer que plus le nombre d'images est grand, plus grande est la séparation des deux distributions. Dans le cas de stéréo-traitement, le mélange des distributions est considérable. Cela explique la difficulté et l'impossibilité de définir un critère de la précision et un seuil de réjection satisfaisant sur les valeurs de la corrélation. Un seuil bas conserve un grand nombre de points aberrants, alors qu'un seuil haut rejette un très grand nombre de points valides.

Ce processus de mise en correspondance a volontairement tendance à déterminer uniquement les points du paysage vus de façon plutôt semblable sur toutes les images. En conséquence, le processus du filtrage enlèvera tous les autres points et laissera des lacunes à l'intérieur du MNE. Par exemple les points de la surface qui sont vus dans un sous-ensemble d'images seulement seront enlevés. Néanmoins, nous avons ici le premier pas d'une stratégie générale de mise en correspondance qui peut compléter de façon progressive et hiérarchisée le MNE, en commençant par les mesures les plus fiables.

### **3.3.11. Produire un MNT à partir d'un MNE : enlever bâtiments, ponts, végétation, etc.**

Dans le cas de régions urbaines denses et de régions étendues de végétation, même si le traitement stéréo est mené sur des images de basse résolution comme des images SPOT, les échantillons de l'altitude mesurée décriront les sommets de toits et de la végétation. La seule façon satisfaisante de produire un MNT avec un MNE est d'enlever du MNE tous les éléments qui correspondent au sur-sol, c'est-à-dire la végétation, les bâtiments, etc., et d'adapter les surfaces au travers des trous ainsi formés. Ce processus exige une analyse 3D du MNE qui peut être combinée à une analyse de l'image pour détecter et reconnaître tous ces objets cartographiques. Ce processus sera traité dans le chapitre suivant.

## **3.4. Du modèle numérique de surface au modèle numérique de terrain<sup>6</sup>**

Dès lors que l'on s'intéresse à la production de données topographiques avec des exactitudes moyennes quadratiques en altitude de l'ordre du mètre ou moins, la dérivation de MNT à partir des MNS calculés, par édition manuelle ou arasement automatique du sursol, est une étape indispensable.

---

6. Cette section a été rédigée par Olivier JAMET.

Les procédés semi-automatiques permettant d'alléger l'édition du MNS peuvent être classés en trois catégories.

#### **3.4.1. Filtrage du MNS**

Les techniques de filtrage sont fondées sur l'hypothèse que les éléments du sursol constituent des zones connexes d'emprise limitée et présentant un fort contraste d'altitude avec leur environnement. La méthode la plus couramment employée est issue de la morphologie mathématique : le MNT est obtenu par ouverture morphologique du MNS par un élément structurant défini par sa taille et sa géométrie (paramètres du filtre). Cette méthode n'est parfaitement rigoureuse qu'en terrain plan. Elle ne conserve pas en effet la courbure du terrain. La qualité du MNT produit sera donc d'autant moins bonne que le terrain sera accidenté et que l'élément structurant sera de grande taille. En outre, les irrégularités brusques du terrain conduisent à des artefacts qui peuvent devenir très visibles pour des ouvertures de grande taille, comme dans le cas de l'élimination des enveloppes des bâtiments dans un MNS de résolution métrique, par exemple. Ces artefacts peuvent être accentués par le bruit du MNS, et plus précisément par la présence de minima locaux parasites. Un filtrage de ces minima locaux, par exemple par une fermeture morphologique appliquée au MNS, améliorera alors les résultats.

Une variante de cette méthode d'arasement du sursol consiste à appliquer des ouvertures de tailles successives croissantes avec des éléments structurants de forme variable jusqu'à la taille désirée. Si cette méthode ne préserve pas mieux l'exactitude du MNT en présence de fortes courbures, elle présente l'avantage de produire un meilleur résultat.

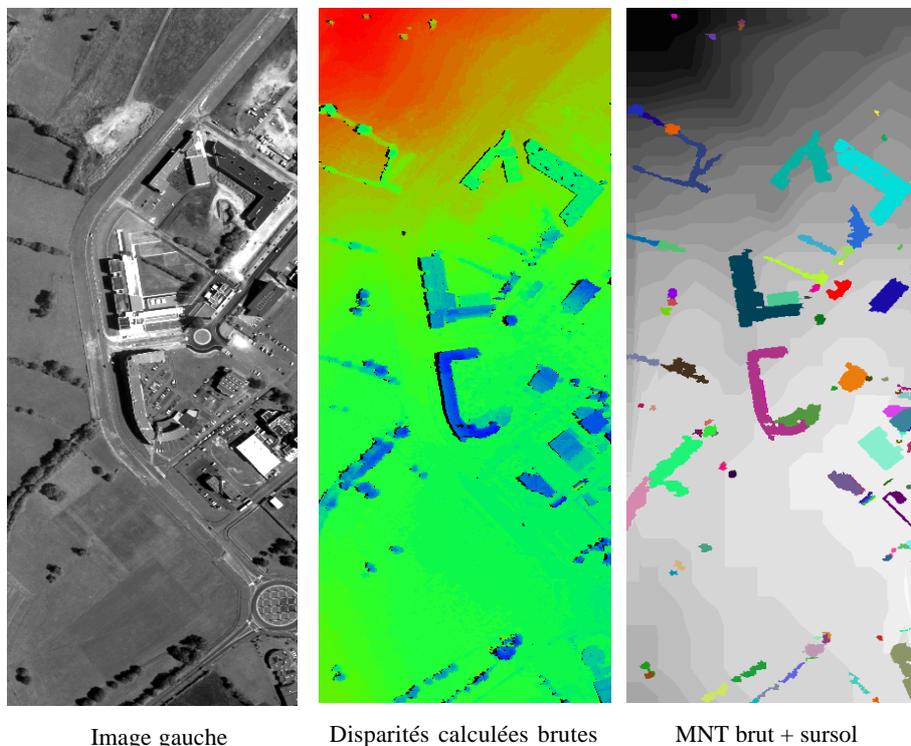
#### **3.4.2. Segmentation et élimination du sursol**

Une alternative au simple filtrage consiste à utiliser des techniques de reconnaissance de forme pour circonscrire l'emprise du sursol. Le MNT est alors calculé en remplaçant, sur l'emprise du sursol détecté, les valeurs d'élévation initiales par des valeurs interpolées. Cette segmentation du sursol peut être effectuée par traitement du seul MNS ou en analysant conjointement une orthophotographie de la même zone.

##### **3.4.2.1. Segmentation du MNS**

Tous les outils de segmentation utilisés en analyse d'image peuvent évidemment être employés pour l'analyse des MNS, à condition de définir des critères caractérisant le sursol par rapport au sol.

Les méthodes les plus simples se fondent sur l'examen des pentes ou des courbures du MNS pour une détection analogue à une détection de contour dans une image. La sélection du sursol dans les contours extraits s'effectue en imposant que les contours soient fermés et que la valeur de la pente sur les contours soit supérieure à une valeur minimale. Une contrainte supplémentaire sur la taille des zones détectées peut également être appliquée. Ces techniques ne sont pas recommandées. Elles seront toujours extrêmement sensibles à l'exactitude du MNS à la frontière du sursol, alors que celle-ci ne peut pas toujours être garantie (soit pour des raisons de qualité des images ayant servi à l'extraction, soit en raison des parties cachées dans le cas d'un appariement sur un couple d'images).



**Figure 3.46.** Images de la caméra numérique de l'IGN-F (1997) sur le bâtiment de l'ESGT sur Le Mans (France, 1997). Le rapport signal/bruit tout à fait exceptionnel donne des résultats excellents en corrélation, en particulier sur des zones homogènes ou à l'ombre, où des images argentiques scannées donneraient des résultats médiocres. On en profite pour utiliser des fenêtres de corrélation plus petites (5 x 5 et même 3 x 3), ce qui améliore la précision planimétrique et facilite l'identification du sur-sol (voir aussi cahier couleur).

Il apparaît donc préférable, si l'on ne dispose que d'opérations élémentaires de traitement d'image, d'utiliser la méthode décrite au paragraphe 3.4.1. Un simple seuillage sur la différence entre le MNS et le MNT produit par ouverture morphologique donnera en effet une segmentation du sursol à priori plus fiable que les techniques d'extraction de contours – cette segmentation permettant de calculer un nouveau MNT par interpolation des données initiales.

Pour pallier la fragilité des méthodes à base d'extraction de contours sur le MNS et les défauts des méthodes à base de morphologie mathématique, qui échoueront systématiquement dans les cas de sursol étendu (îlots de bâtiments en zone urbaine, forêts...) et de terrain accidenté, des méthodes plus élaborées font l'objet de recherche. Dans [BAI 96], le sursol est défini par un modèle markovien dans lequel l'étiquetage d'une région comme sursol est fonction de relations de dépendance avec ses régions voisines (*e.g.* « une zone plus haute qu'une zone voisine reconnue comme appartenant au sursol appartient nécessairement au sursol »). Des méthodes de segmentation par croissance de région, avec un critère d'homogénéité fondé sur les différences d'altitude entre points voisins sont également proposées dans [MAS 00], ou dans [GAM 00], par exemple. D'autres auteurs emploient des données cartographiques pour contraindre la segmentation (*e.g.* [HOR 00]).

#### 3.4.2.2. *Segmentation d'une orthophotographie superposable au MNS*

L'interprétation d'images photographiques de la zone étudiée, si elle ne permet pas à elle seule de distinguer le sursol sans ambiguïté, peut améliorer la fiabilité des procédés de segmentation du MNS. En particulier, des détecteurs spécifiques (reconnaissance du bâti, de la végétation) appliqués sur une orthophotographie superposable au MNS fourniront des masques complémentaires combinables avec la segmentation du MNS. O. Dissard applique par exemple cette technique en utilisant une détection de zones boisées.

#### 3.4.3. *Sélection des points sol dans le MNS*

Une troisième approche consiste à sélectionner, par une procédure *ad hoc*, un semis de points situés au sol dans le MNS, et à reconstruire le MNT par interpolation de ce semis. Cette technique présente l'avantage d'éviter la problématique d'une segmentation exacte des emprises du sursol. Elle ne peut toutefois être employée que dans les cas particuliers où la stratégie de sélection des points au sol est très fiable (la sensibilité aux erreurs étant d'autant plus grande que le semis sélectionné est peu dense). C'est par exemple le cas en zone urbaine, lorsque le terrain est peu accidenté. On peut se contenter d'un semis de points épars, que l'on peut choisir, par exemple, sur le réseau routier (si une cartographie est disponible, ou en en calculant une extraction

automatique). En l'absence d'autre information, il est également possible d'employer des procédures de sélection aveugle des minima locaux dans une procédure d'analyse du MNS par fenêtre glissante, la fenêtre d'analyse étant choisie de taille suffisante pour n'être jamais entièrement couverte par le sursol. Cette méthode n'est cependant rigoureuse qu'en terrain plat et elle est extrêmement sensible aux bruits du MNS.

#### **3.4.4. Conclusion**

Ces méthodes ne peuvent cependant pas être considérées comme parfaitement opératoires. Seuls les algorithmes les plus simples (tels que les algorithmes de filtrage qui sont les plus courants) sont généralement présents sur les stations de travail photogrammétriques numériques. Ils donneront la plupart du temps de bons résultats sur les terrains de pente modérée et lorsque le sursol est constitué de parties connexes de faible emprise. Ils restent donc précieux dès lors que le nombre de ces parties connexes est élevé, car ils permettront alors de gagner un temps d'édition important. Ils sont toutefois très sensibles à la qualité des MNS calculés, et en particulier à la pente des MNS aux frontières du sursol (qui doit être la plus forte possible). Ils peuvent également produire des résultats inattendus sur des superstructures ambiguës telles que les ponts, qui peuvent être considérées ou non comme appartenant au sursol. Ils ne doivent donc pas être mis en œuvre sans supervision.

### **3.5. Reconstruction de modèles numériques de surfaces (MNS)**

#### **3.5.1. Modèles numériques d'élévations sous forme de RIT (réseaux irréguliers de triangles)<sup>7</sup>**

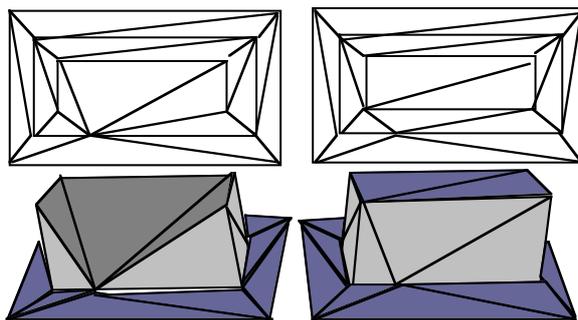
Qu'ils soient acquis par corrélation ou par balayage laser, la forme naturelle des MNE est raster (une grille régulière d'élévations). Mais, étant donnée leur nature extrêmement hétérogène et la présence de discontinuités, ce format n'est adapté ni à leur stockage ni à leur manipulation. La construction d'un RIT – TIN (*Triangulated Irregular Network*), présente le double avantage de réduire énormément le volume de données (une réduction d'environ 90 % des points pour un MNE urbain) et d'être beaucoup plus performant pour toutes les applications de visualisations [HAA 99]. De plus, cette construction est une première interprétation des données brutes pouvant faciliter l'analyse de la scène [HAN 99].

---

7. Cette section a été rédigée par Grégoire MAILLET.

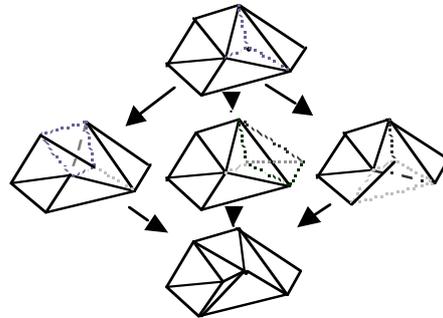
Contrairement aux problèmes généraux de triangulation de surface, l'origine raster des données permet ici de travailler en 2D1/2. La plupart des méthodes existantes sont basées sur l'insertion récursive de points dans une triangulation planimétrique jusqu'à la satisfaction d'un critère sur le nombre de points ou sur la finesse de l'approximation [GAR 95]. Le problème peut donc être décomposé en deux sous-problèmes indépendants : la façon de trianguler les points et le critère de choix des points à insérer.

Une triangulation par simple découpage en trois du triangle à la verticale du point à insérer conduit inévitablement à des triangles en sifflet très difficiles à manipuler. Le critère de Delaunay permet de minimiser l'apparition de ces problèmes, et il existe des implémentations très efficaces d'insertion de points dans une triangulation de Delaunay [DEV 97] [GAR 95]. Néanmoins, l'absence de prise en compte de l'altitude peut conduire à des triangulations optimales en planimétrie mais incohérente en 3D (cf. figure 3.47). Différentes méthodes existent pour prendre en compte la cohérence altimétrique de la triangulation : [GAR 95] (cf. figure 3.48), ou [SCA 92] (cf. figure 3.49), mais l'amélioration altimétrique se fait au détriment de la qualité planimétrique de la triangulation.

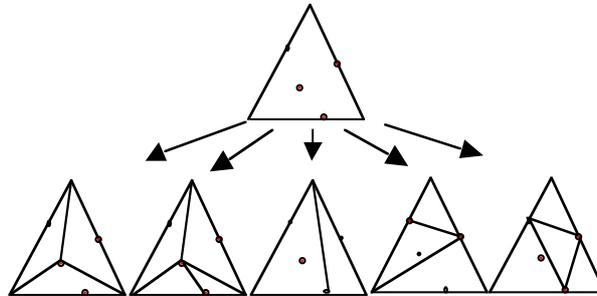


**Figure 3.47.** À gauche la triangulation d'un bâtiment et sa représentation perspective avec le critère de Delaunay, à droite une triangulation avec prise en compte des altitudes

Le choix des points à insérer est en général basé sur une mesure d'importance, la plus simple de ces mesures étant l'erreur locale au point considéré, c'est-à-dire l'écart en Z entre le RIT et le modèle raster. C'est une mesure simple et rapide [GAR 95] mais qui reste très sensible au bruit du MNE et donne des résultats assez peu significatifs au voisinage des discontinuités altimétriques.

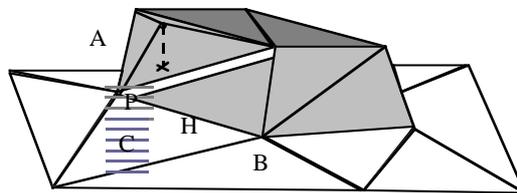


**Figure 3.48.** Lors de l'insertion d'un point il y a division du triangle en trois. Pour chaque quadrilatère voisin les deux diagonales sont testées. Et la solution créant le moins d'erreurs en Z est conservée

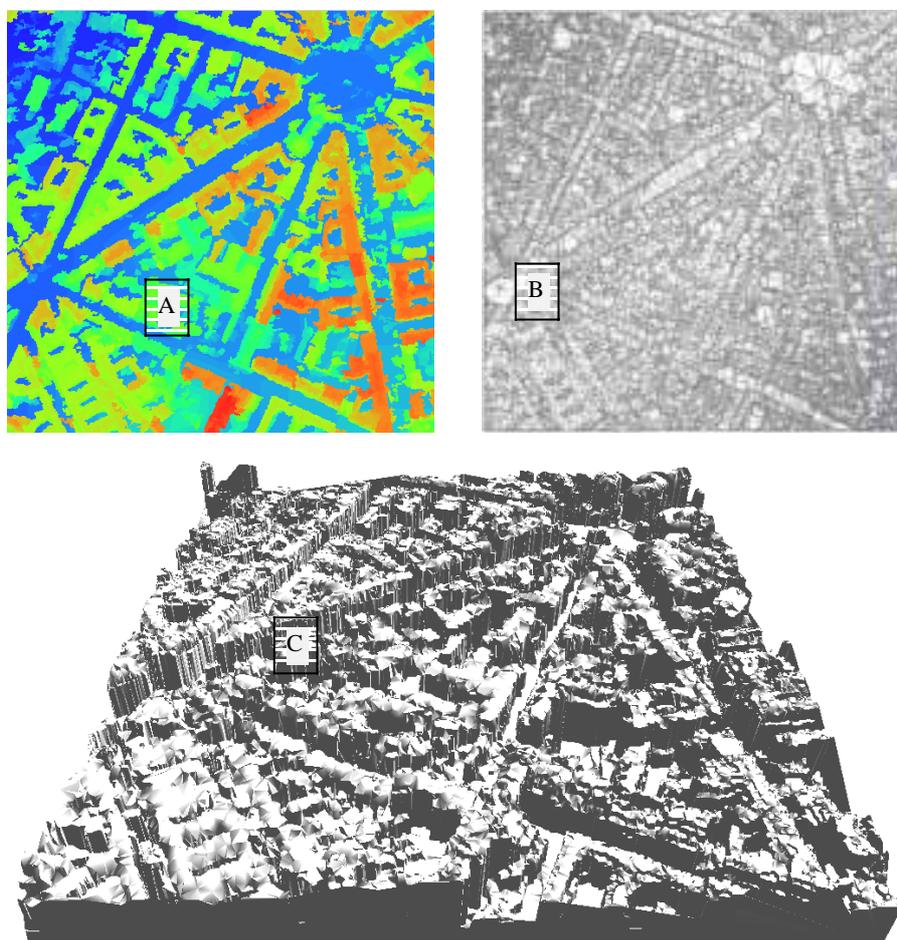


**Figure 3.49.** Pour chaque triangle, on cherche quatre points caractéristiques (un dans le triangle et un sur chaque côté). Suivant le résultat de cette recherche, on applique l'une des cinq divisions possibles

Une mesure d'importance plus robuste consiste à évaluer le volume ajouté par l'insertion d'un point en prenant le volume entre le point à insérer et le triangle qui se trouve sur sa verticale. Cette mesure donnera des résultats beaucoup plus significatifs dans le cas des légères délocalisations le long des bâtiments (cf. figure 3.50).



**Figure 3.50.** Pour un point P sur un bord de toit légèrement délocalisé l'erreur locale PH est grande alors que le volume du tétraèdre ABCP est faible



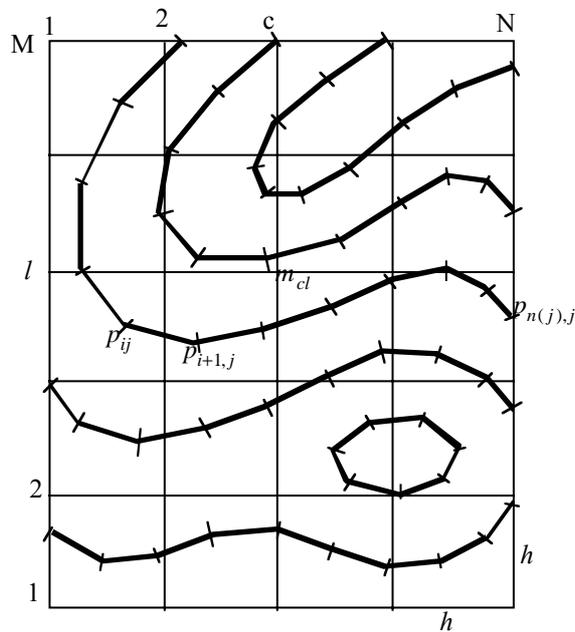
**Figure 3.51.** *A. MNE urbain obtenu par corrélation. B. Passage sous forme d'un RIT contenant 5 % des points initiaux. C. Visualisation perspective du RIT*

Lors de la construction d'un RIT par insertion itérative, de nombreux points inutiles sont insérés. Ils sont jugés optimaux à un instant donné et permettent de converger vers une bonne solution mais deviennent redondants dans le résultat final. La simplification de surface est donc une approche complémentaire et nécessaire pour la construction d'un RIT optimal, c'est-à-dire décrivant au mieux le MNE avec un minimum de points. Cette simplification peut se faire de façon similaire à l'insertion : avec une méthode de suppression de points dans la triangulation et une mesure de l'importance des points. Mais la simplification

des RIT est un problème très souvent abordé en synthèse d'image et des méthodes spécifiques ont été mises au point. L'approche la plus fréquente n'est pas basée sur la suppression de points mais sur la contraction de paires de points, c'est-à-dire le remplacement d'un couple de points par un nouveau point minimisant l'erreur commise [GAR 97].

**3.5.2. Constitution d'un MNT sous forme d'une grille régulière d'altitudes, à partir de courbes de niveau en mode-vecteur<sup>8</sup>**

3.5.2.1. Position du problème – Notion de surface topographique



**Figure 3.52.** Courbes de niveau en mode vecteur

On suppose donné un fichier contenant un système de courbes de niveau décrivant le relief d'une zone géographique fixée. Pour simplifier, nous appelons courbe de niveau ce qui est en fait un tronçon de courbe de niveau, soit fermé, soit arrêté au bord de la zone. Chaque courbe est supposée représentée en « mode-vecteur », c'est-à-dire décrite par les sommets d'une ligne polygonale, autrement dit par une suite ordonnée de points, disons

8. Cette section a été rédigée par Patrick JULIEN.

$\{p_{ij} = (x_{ij}, y_{ij}, z_j); i = 1, \dots, n(j)\}$  pour la courbe de niveau placée au rang  $j$  du fichier ; la coordonnée  $z$  est l'altitude, et les coordonnées  $x, y$  sont relatives à une représentation cartographique. Il importe de souligner que la courbe de niveau n'est pas seulement la famille finie des points  $p_{ij}$ , mais la réunion des segments  $[p_{ij}, p_{i+1,j}]$  ; c'est donc une information continue, dont la famille  $p_{ij}$  est une des représentations possibles ; en particulier, on se réserve le droit de subdiviser n'importe quel segment  $[p_{ij}, p_{i+1,j}]$  en segments plus petits, ce qui ne change pas la forme de la courbe.

Cela étant, on souhaite « interpoler » dans ces courbes de niveau une grille de points de pas  $h$  :

$$\{m_{cl} = (x_c, y_l, z_{cl}); c = 1, \dots, N, l = 1, \dots, M\}, \text{ avec } x_c = c \cdot h, \quad y_l = l \cdot h,$$

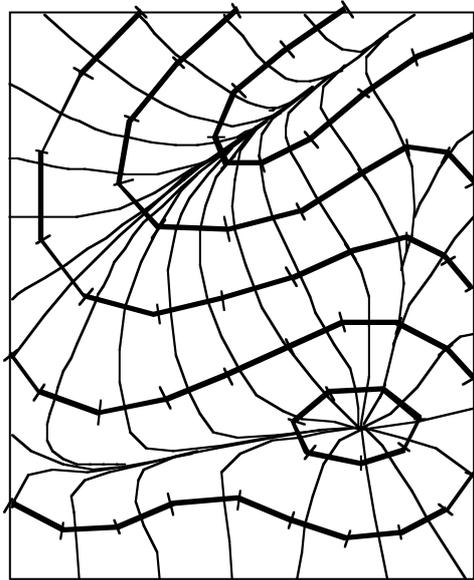
régulière dans le système des coordonnées  $x, y$ . Par « interpoler », nous voulons dire que chaque point  $m_{cl}$  doit être situé sur « la » surface figurée par les courbes de niveau, surface en principe bien définie par la règle de levé de ces courbes, selon laquelle leur « tracé devra être tel que l'utilisateur puisse toujours considérer que la pente entre deux courbes normales ou intercalaires est régulière » (R. Carré, *Cours de figuré du terrain*, page 8).

La règle ci-dessus signifie par exemple que si l'utilisateur veut tracer une nouvelle courbe de niveau située à mi-hauteur de deux courbes successives, il doit la placer à égale distance horizontale des premières, faute de quoi la pente serait plus forte d'un côté de la nouvelle courbe que de l'autre, donc non régulière ; plus généralement toute courbe intermédiaire doit être tracée entre les deux courbes encadrantes, à des distances horizontales qui sont dans le rapport des distances verticales. De façon plus précise, nous interpréterons la règle en disant que, entre deux courbes successives et le long d'une ligne de plus grande pente, la valeur scalaire de la pente peut être considérée comme constante. On rejoint ainsi la règle selon laquelle les courbes de niveau « doivent permettre de déterminer avec une précision suffisante la cote de tout point du terrain par simple interpolation linéaire » (R. D'Hollander, *Topographie*, page 238).

Nous insistons sur le fait qu'il faut admettre que ces règles donnent lieu, entre plusieurs utilisateurs, à des différences d'interprétation négligeables, autrement dit, que les courbes de niveau suggèrent à tous les utilisateurs une seule et même « surface topographique » (modèle simplifié de la surface réelle du terrain), obtenue en pratique par la règle de l'interpolation linéaire suivant la

ligne de plus grande pente ; c'est sur cette surface que doivent se trouver les points  $m_{cl}$  de la grille.

Ainsi l'interpolation des points  $m_{cl}$  se trouve ramenée au tracé des lignes de plus grande pente, qui ne sont autres que les lignes orthogonales aux courbes de niveau (cf. figure 3.53). Or le tracé de ces lignes orthogonales, qui consiste essentiellement à relier entre elles des amorces placées sur les courbes, nécessite, dès que les lignes orthogonales sont un tant soit peu sinueuses, un certain savoir-faire. On conçoit que la transposition algorithmique de ce savoir-faire soit délicate, et de fait, les méthodes présentées ci-après ne la réalisent que de façon approximative.



**Figure 3.53.** *Tracé manuel des lignes de plus grande pente, orthogonales aux courbes de niveau*

Nous allons décrire ici les méthodes d'approximation par surface à faces triangulaires, par surface spline plaque-mince, et par grille-élastique.

### 3.5.2.2. Approximation de la surface topographique par une surface à faces triangulaires (irrégulières)

#### 3.5.2.2.1. Définitions relatives aux triangulations

Précisons d'abord le vocabulaire employé :

Une *triangulation* d'un domaine  $D$  du plan est une famille finie de triangles de réunion  $D$ , d'aires non nulles, dont deux quelconques ont en commun soit rien, soit un sommet, soit un côté.

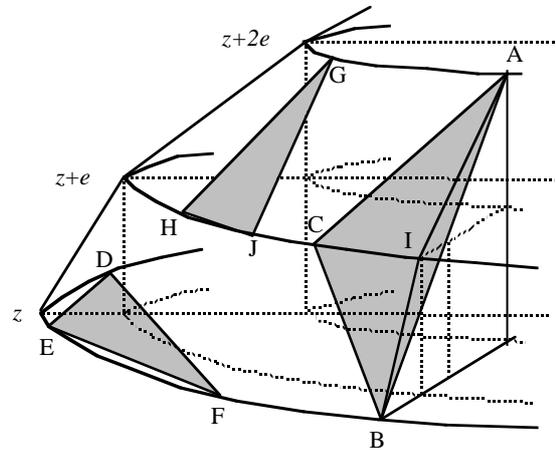
Une triangulation est dite *de Delaunay* si le cercle ouvert circonscrit à un triangle quelconque ne contient aucun autre sommet de triangle. On montre que, étant donné une famille finie  $\{m_i\}$  de points du plan, il existe une triangulation de Delaunay, et des algorithmes pour la construire, dont les sommets des triangles sont exactement les points  $m_i$ ; elle est unique s'il n'y a jamais quatre points  $m_i, m_j, m_h, m_k$  cocycliques.

Une *surface à faces triangulaires* est une surface connexe, réunion d'une famille de triangles (plans) de l'espace, d'aires non nulles, dont deux quelconques ont en commun soit rien, soit un sommet, soit un côté.

#### 3.5.2.2.2. Conditions à remplir par une surface à faces triangulaires approximant la surface topographique

Cela posé, il s'agit d'approximer la surface topographique par une surface à faces triangulaires ajustée sur les courbes de niveau. La surface cherchée ici est à faces irrégulières, et les positions horizontales des sommets des triangles ne sont pas données à priori; ce problème est donc distinct de l'ajustement d'une surface dont les positions horizontales des sommets formeraient un réseau fixé à l'avance, problème dans lequel seules les altitudes des sommets de triangles sont inconnues.

Il semble naturel que les sommets des triangles soient des points pris sur les courbes de niveau, car il n'apparaît pas de façon simple comment définir d'autres points pour cet usage. En outre, chaque triangle doit être une approximation acceptable de la surface topographique, ce qui nécessite que ses trois côtés soient proches de cette surface. Cela interdit notamment qu'un côté de triangle « croise » une courbe (en ce sens que leurs projections horizontales se coupent), car alors il ne repose plus en général sur la surface topographique; par exemple sur la figure 3.54, le côté  $AB$ , qui « croise » la courbe  $z + e$ , ne repose pas sur la surface topographique dont le profil est  $AIB$ . En particulier, un triangle ne peut avoir ses sommets sur trois courbes d'altitudes différentes, sinon un de ses côtés « croiserait » une courbe (triangle  $ABC$ ). Un triangle ne doit pas non plus avoir ses trois sommets sur une même courbe, sinon il serait horizontal et ne reposerait pas sur la surface topographique (triangle  $DEF$ ). Il faut donc que chaque triangle ait ses sommets sur deux courbes consécutives; en outre, le côté défini par les deux sommets placés sur la même courbe doit être confondu avec la courbe (triangle  $GHJ$ ), faute de quoi ce côté ne pourrait pas reposer sur la surface.



**Figure 3.54.** *ABC est un triangle interdit parce qu'il touche 3 courbes de niveau.  
DEF est un triangle interdit parce qu'il touche une seule courbe de niveau.  
GHJ est un triangle autorisé parce qu'il touche 2 courbes de niveau consécutives,  
avec un côté sur une des courbes*

Il faut observer aussi, par exemple sur le triangle GHJ, que plus le côté HJ est petit par rapport aux côtés GH et GJ, meilleure est l'approximation de la surface topographique ; il est donc *a priori* préférable que les côtés longeant les courbes soient courts.

Il faut enfin que les triangles recouvrent la zone décrite par les courbes de niveau, donc que chaque point de courbe soit sur un côté de triangle ; et qu'au-dessus de chaque position horizontale  $(x, y)$ , il y ait un seul triangle. Dans ces conditions, les projections horizontales des triangles constituent une triangulation plane. Une fois les futurs sommets de triangles  $(X_i, Y_i, Z_i)$  choisis, on obtiendra donc une surface à faces triangulaires en construisant une triangulation plane dont les sommets de triangles sont les points  $(X_i, Y_i)$ .

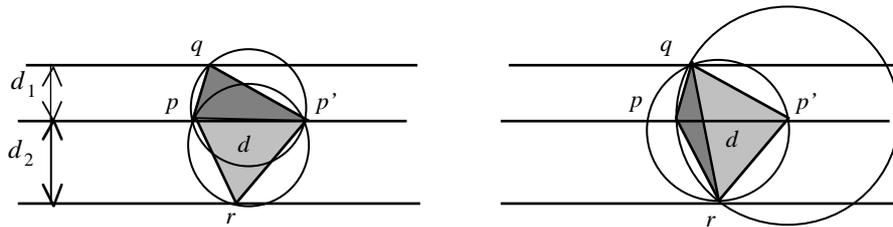
### 3.5.2.2.3. Construction d'une surface à faces triangulaires

Parmi toutes les triangulations planes possibles, celle de Delaunay semble un choix raisonnable, parce que ses caractéristiques géométriques sont connues, à la différence d'une triangulation qui serait construite à l'aide d'heuristiques.

Il reste à choisir les points destinés à être les sommets des triangles.

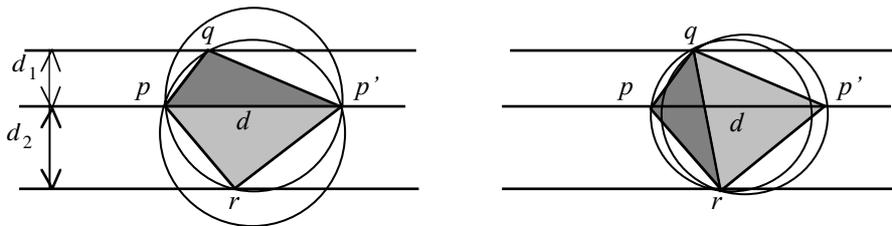
Il faut déjà prendre *tous* les points  $p_{ij}$  donnés initialement pour définir les courbes de niveau (sauf éventuellement ceux alignés avec leur prédécesseur

$p_{i-1,j}$  et leur successeur  $p_{i+1,j}$ , ce qui ne modifie pas le tracé de la courbe). Toutefois, si la distance entre deux points consécutifs  $p_{ij}, p_{i+1,j}$  est grande par rapport à leurs distances horizontales  $d_1, d_2$  aux courbes encadrantes, la triangulation de Delaunay risque de construire des triangles croisant une courbe, donc interdits. Par exemple sur les quatre points  $p, p', q, r$  des figures 3.55 a, 3.55 b, on peut construire soit la paire de triangles  $\{pp'q, pp'r\}$  permise, soit la paire  $\{pqr, p'qr\}$  interdite parce que le côté  $pq$  « croise » une courbe.



**Figure 3.55. a** À gauche, les triangles topographiquement acceptables  $p p' q$  et  $p p' r$  choisis par triangulation de Delaunay. À droite, les triangles topographiquement inacceptables  $pqr$  et  $p'qr$  rejetés par triangulation de Delaunay

Dans le cas où  $angle(q) + angle(r) < 180 \text{ deg} < angle(p) + angle(p')$  (cf. figure 3.55 a), la paire de triangles  $\{pp'q, pp'r\}$  est compatible avec la condition de Delaunay car  $r$  n'est pas dans le cercle  $pp'q$ , ni  $q$  dans le cercle  $pp'r$ , alors que la paire  $\{pqr, p'qr\}$  est incompatible puisque  $p$  est dans le cercle  $p'qr$  et  $p'$  dans le cercle  $pqr$ .



**Figure 3.55. b** À gauche, les triangles  $pp'q$  et  $pp'r$  sont topographiquement acceptables mais rejetés par triangulation de Delaunay. À droite, les triangles  $pqr$  et  $p'qr$  sont topographiquement inacceptables mais sont produits par la triangulation de Delaunay

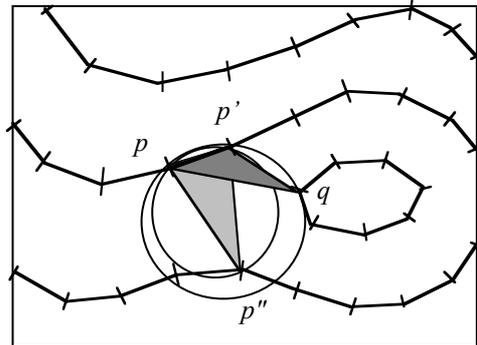
Dans le cas contraire où  $angle(p) + angle(p') < 180 \text{ deg} < angle(q) + angle(r)$  (cf. figure 3.55 b), la paire  $\{pqr, p'qr\}$  est compatible Delaunay, mais pas la paire  $\{pp'q, pp'r\}$ .

Ainsi, pour que la triangulation de Delaunay construite la paire acceptable, il faut être dans le cas :  $angle(q) + angle(r) < 180 \text{ deg}$  ; comme  $angle(q) < 2Arc \tan\left(\frac{d}{2d_1}\right)$  et  $angle(r) < 2Arc \tan\left(\frac{d}{2d_2}\right)$  ; il suffit pour cela que  $Arc \tan\left(\frac{d}{2d_1}\right) + Arc \tan\left(\frac{d}{2d_2}\right) < 90 \text{ deg} = Arc \tan\left(\frac{d}{2d_1}\right) + Arc \tan\left(\frac{2d_1}{d}\right)$ , soit  $d < 2\sqrt{d_1d_2}$ .

Si  $d$  ne vérifie pas cette condition, il faut ajouter entre  $p$  et  $p'$  des points espacés d'une distance  $d' < 2\sqrt{d_1d_2}$  ; la triangulation de Delaunay construit alors des triangles autorisés.

3.5.2.2.4. Le problème des triangles horizontaux

Il est, par contre, une situation inévitable, qui est la présence de triangles ayant leurs trois sommets sur la même courbe, donc horizontaux, dans les thalwegs et sur les crêtes. On voit en effet sur la figure 3.56 qu'un triangle horizontal interdit tel que  $pp'p''$  respecte la condition de Delaunay, alors qu'un triangle autorisé tel que  $pp'q$  ne respecte pas la condition.

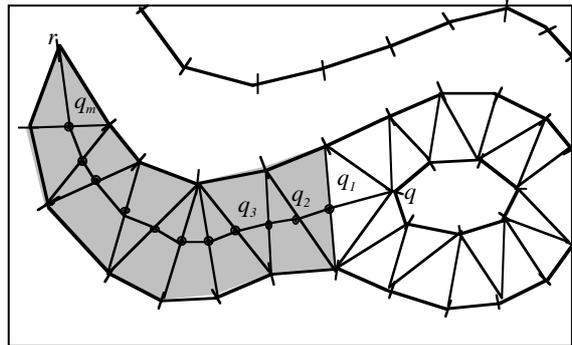


**Figure 3.56.** Le triangle topographiquement acceptable  $pp'q$  est rejeté par triangulation de Delaunay, alors que le triangle inacceptable  $pp'p''$  est produit

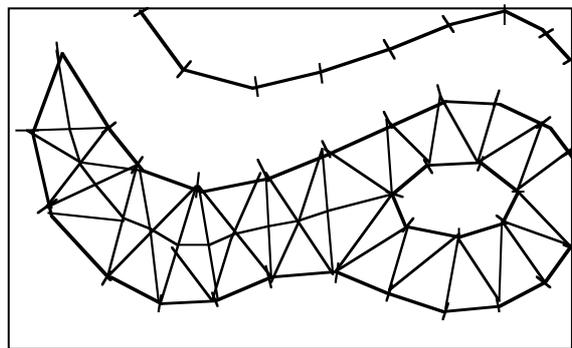
Un remède possible consiste à adjoindre aux courbes de niveau de nouvelles lignes polygonales telles que  $q q_1 q_2 \dots q_m r$  coupant les triangles horizontaux (cf. figure 3.57), affectées d'altitudes en  $q_1, q_2, \dots, q_m$  interpolées linéairement en fonction de l'abscisse curviligne sur  $qr$  (la ligne  $qr$  peut être regardée comme une approximation de la ligne de crête ou de talweg).

On construit alors une nouvelle triangulation de Delaunay (cf. figure 3.58), au besoin en ajoutant des points intermédiaires sur les segments  $[q_1, q_2]$ ,

$[q_2, q_3], \dots, [q_{m-1}, q_m]$ , pour garantir qu'aucun triangle ne chevauche la ligne  $qr$ . Moyennant cet aménagement, la surface à faces triangulaires ainsi construite est une approximation relativement satisfaisante de la surface topographique.



**Figure 3.57.** À partir des triangles horizontaux (en gris) choisis par triangulation de Delaunay, une ligne polygonale  $q_1 q_2 \dots q_m$  est définie, avec chaque  $q_i$  au milieu d'un segment  $\text{Altitude}(q) > \text{altitude}(q_1) > \text{altitude}(q_2) > \dots > \text{altitude}(q_m) > \text{altitude}(r)$



**Figure 3.58.** Une partie d'une triangulation de Delaunay améliorée (incluant les sommets supplémentaires  $q_1 q_2 \dots q_m$ ) avec des triangles topographiquement autorisés

Passage de la surface à faces triangulaires à la grille régulière d'altitudes cherchée. Une fois obtenue la surface à faces triangulaires, il reste à déterminer dans quel triangle de la triangulation se projette chaque point  $m_{cl}$ , à former l'équation  $z = ax + by + d$  du plan de ce triangle, et à calculer la cote  $z_{cl} = ax_c + by_l + d$ .

3.5.2.3. *Approximation de la surface topographique par une surface spline plaque-mince*

3.5.2.3.1. Définition des surfaces splines plaque-mince

Les surfaces splines plaque-mince répondent au problème d'interpolation suivant : étant donné un échantillon de  $n$  points du plan  $m_i = (x_i, y_i)$  et leurs cotes, trouver une fonction  $Z(x, y)$  telle que  $Z(x_i, y_i) = z_i$  pour  $i = 1, \dots, n$  et que l'intégrale :

$$K(Z) = \int_{R \times R} Z''_{xx}(x, y)^2 + 2Z''_{xy}(x, y)^2 + Z''_{yy}(x, y)^2 dx dy$$

soit minimale ;  $Z''_{xx}, Z''_{xy}, Z''_{yy}$  désignent les dérivées partielles secondes.

Elles répondent aussi au problème d'ajustement : étant donné en outre  $n$  poids, trouver une fonction  $Z(x, y)$  telle que la quantité :

$$E(Z) = K(Z) + \sum_{i=1}^n \mu_i (Z(x_i, y_i) - z_i)^2$$

soit minimale.

J. Duchon a montré [DUC 76] que chacun de ces problèmes admet une solution et une seule (à la condition – toujours vraie – que l'échantillon compte au moins trois points  $m_i, m_j, m_k$  non alignés). Il a en outre caractérisé les solutions comme étant les fonctions de la forme :

$$Z(x, y) = \sum_i a_i \gamma(r_i(x, y)) + b_0 + b_1 x + b_2 y \text{ avec } \sum_i a_i = 0, \sum_i a_i x_i = 0, \sum_i a_i y_i = 0$$

où  $r_i(x, y) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$ ,  $\gamma(r) = r^2 \text{Ln} r$ .

Noter que  $Z(x, y)$  est définie par continuité aux points  $(x_i, y_i)$  puisque  $g(r)$  tend vers 0 lorsque  $r$  tend vers 0.

Plus précisément, la solution du problème d'interpolation est la fonction  $Z(x, y)$  de la forme (3.3) telle que  $Z(x_j, y_j) = z_j$  ( $j = 1 \dots n$ ) ; c'est-à-dire dont les  $n + 3$  coefficients  $a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, b_2$  vérifient les  $n + 3$  équations :

$$\sum_i a_i \gamma(r_i(x_j, y_j)) + b_0 + b_1 x_j + b_2 y_j = z_j \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$\sum_i a_i = 0 \quad \sum_i a_i x_i = 0 \quad \sum_i a_i y_i = 0$$

La solution du problème d'ajustement pondéré par la famille  $\mu = \{\mu_i\}$  est la fonction  $Z_\mu(x, y)$  de la forme (3.3) telle que  $8\pi a_j/\mu_j + Z_\mu(x_j, y_j) = z_j$  ( $j=1\dots n$ ), c'est-à-dire dont les  $n+3$  coefficients  $a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, b_2$  vérifient les  $n+3$  équations :

$$\begin{aligned} 8\pi a_j/\mu_j + \sum_i a_i \gamma(r_i(x_j, y_j)) + b_0 + b_1 x_j + b_2 y_j &= z_j \quad (j = 1, \dots, n) \\ \sum_i a_i &= 0 \quad \sum_i a_i x_i = 0 \quad \sum_i a_i y_i = 0 \end{aligned}$$

Ces équations font d'ailleurs apparaître le problème d'interpolation comme la limite du problème d'ajustement lorsque les poids  $\mu_j$  deviennent arbitrairement grands.

Une surface  $Z(x, y)$  de la forme (3.3) a été appelée spline plaque-mince en raison de l'interprétation physique de l'intégrale  $K(Z)$ , approximativement proportionnelle à l'énergie de flexion d'une plaque mince d'équation  $z = Z(x, y)$ .

#### 3.5.2.3.2. Signification géométrique de l'intégrale $K(Z)$

Géométriquement, l'intégrale  $K(Z)$  représente la courbure « globale » de la surface  $Z(x, y)$ . En effet, une fonction  $Z$ , supposée deux fois différentiable en, s'approxime aux points  $(x+r, y+s)$  voisins de  $(x, y)$  par son polynôme de Taylor de degré 2 :

$$Z(x+r, y+s) \cong P_{x,y}(r, s) + 1/2 \left( Z''_{xx} r^2 + Z''_{xy} rs + Z''_{yx} rs + Z''_{yy} s^2 \right)$$

où  $P_{x,y}(r, s) = Z(x, y) + Z'_x r + Z'_y s$  est le plan tangent en  $(x, y)$ .

On voit que la surface s'écarte d'autant plus de son plan tangent  $P_{x,y}(r, s)$ , donc est d'autant plus incurvée, que  $Z''_{xx}, Z''_{xy} = Z''_{yx}, Z''_{yy}$  s'écartent plus de 0, ou encore que  $Z''_{xx}{}^2, Z''_{xy}{}^2, Z''_{yy}{}^2$  sont plus grands ; ainsi la quantité  $Z''_{xx}{}^2 + 2Z''_{xy}{}^2 + Z''_{yy}{}^2$  mesure la courbure de la surface  $Z$  en chaque point.

#### Remarque

La quantité  $Z''_{xx}{}^2 + 2Z''_{xy}{}^2 + Z''_{yy}{}^2$  présente l'avantage sur des mesures similaires telles que  $|Z''_{xx}| + |Z''_{xy}| + |Z''_{yy}|$  ou  $\sup(|Z''_{xx}|, |Z''_{xy}|, |Z''_{yy}|)$  d'être une caractéristique de la surface, invariante par rotation du repère orthonormé, c'est-à-dire par changement de variable  $(x, y) = (X \cos a - Y \sin a, X \sin a + Y \cos a)$ .

En effet pour le paramétrage  $U$  de la surface  $Z$  défini par  $U(X; Y) = Z(X \cos a - Y \sin a, X \sin a + Y \cos a) = Z(x, y)$ , on a :

$$U''_{XX}(X, Y) = Z''_{xx}(x, y) \cos 2a + 2Z''_{xy}(x, y) \sin a \cos a + Z''_{yy}(x, y) \sin 2a$$

$$U''_{XY}(X, Y) = -Z''_{xx}(x, y) \sin a \cos a + Z''_{xy}(x, y)(\cos 2a - \sin 2a) + Z''_{yy}(x, y) \sin a \cos a$$

$$U''_{YY}(X, Y) = Z''_{xx}(x, y) \sin 2a - 2Z''_{xy}(x, y) \sin a \cos a + Z''_{yy}(x, y) \cos 2a$$

En posant :  $\sin 2A = 2Z''_{xy}/C$ ,  $\cos 2A = (Z''_{xx} - Z''_{yy})/C$ , où :

$$C = \sqrt{(Z''_{xx} - Z''_{yy})^2 + 4Z''_{xy}^2}, \text{ n obtient les expressions :}$$

$$U''_{XX} = (Z''_{xx} + Z''_{yy})/2 + C/2 \cos 2(a - A), \quad U''_{XY} = -C/2 \sin 2(a - A),$$

$$U''_{YY} = (Z''_{xx} + Z''_{yy})/2 - C/2 \cos 2(a - A)$$

sur lesquelles il est facile de vérifier que :

$$U''_{XX}{}^2 + 2U''_{XY}{}^2 + U''_{YY}{}^2 = Z''_{xx}{}^2 + 2Z''_{xy}{}^2 + Z''_{yy}{}^2.$$

### 3.5.2.3.3. Bien-fondé de l'approximation de la surface topographique par une surface spline plaque-mince

On comprend à présent que la condition de minimalité de l'intégrale  $K(Z)$  signifie qu'entre les points de l'échantillon la courbure « globale » de la surface est aussi faible que possible, ou encore que les variations du plan tangent, donc de la pente, sont aussi faibles que possible. Ainsi une surface spline plaque-mince ajustée sur des courbes de niveau présente une pente aussi régulière que possible entre les courbes de niveau, ce qui est compatible avec la définition de la surface topographique.

Il faut à la vérité ajouter que la régularité maximale de la surface spline plaque-mince s'applique dans toutes les directions à la fois, et en particulier dans la direction horizontale, ce qui a notamment pour effet de « tendre » exagérément la surface sur les crêtes et dans les talwegs ; la surface ajustée peut donc présenter des artéfacts, et ne restitue alors qu'approximativement la surface topographique.

## 3.5.2.3.4. Mise en œuvre de l'approximation par une surface spline plaque-mince

*Étape 1. Constitution d'un échantillon convenable de points*

Pour mettre en œuvre la méthode, il faut d'abord prélever sur les courbes de niveau un échantillon de points, en se souvenant qu'un segment de courbe  $[p_{ij}, p_{i+1,j}]$  doit influencer par tous ses points la surface, et pas seulement par ses extrémités. En ne prenant comme échantillon que les points  $p_{ij}$  donnés initialement, on voit que tous les segments auraient la même influence, alors qu'il semble naturel qu'un segment influe en fonction de sa longueur. Il convient donc de redécouper toutes les courbes en petits segments « élémentaires » sensiblement de même longueur, de façon à assurer une influence proportionnelle à la longueur.

*Étape 2. Choix des poids dans le cas de la surface spline plaque-mince d'ajustement*

Une surface spline plaque-mince d'ajustement  $Z(x, y)$  minimise par définition la quantité,  $E(Z) = K(Z) + \sum_i \mu_i (Z(x_i, y_i) - z_i)^2$ , qu'il est préférable d'écrire  $E_P(Z) = K(Z) + P \sum_i r_i (Z(x_i, y_i) - z_i)^2$  avec  $P = \sum_i \mu_i$  et  $r_i = \mu_i/P$ :  $r_i$  est le poids relatif du point  $(x_i, y_i, z_i)$  et le poids  $P$  fixe l'importance du critère d'ajustement  $e(Z) = \sum_i r_i (Z(x_i, y_i) - z_i)^2$  par rapport au critère de courbure  $K(Z)$ .

Il faut alors choisir le poids  $P$  et les poids  $r_i$ .

*a) Examinons d'abord l'effet du poids  $P$* 

À un  $P > 0$ , il correspond une surface spline plaque-mince unique, notée  $Z_P$ , qui minimise  $E_P(Z) = K(Z) + P e(Z)$ ; de même à  $Q > 0$  correspond la surface  $Z_Q$ , qui minimise  $E_Q(Z) = K(Z) + Q e(Z)$ .

En raison du caractère minimal de  $E_P(Z_P)$  et de  $E_Q(Z_Q)$ , on a  $E_P(Z_P) \leq E_P(Z_Q)$  et  $E_Q(Z_Q) \leq E_Q(Z_P)$ , ou en explicitant :  
 $K(Z_P) + P e(Z_P) \leq K(Z_Q) + P e(Z_Q)$ ,  $K(Z_Q) + Q e(Z_Q) \leq K(Z_P) + Q e(Z_P)$ .

En additionnant d'une part les inégalités :

$$K(Z_P) + P e(Z_P) \leq K(Z_Q) + P e(Z_Q), \quad -K(Z_P) - Q e(Z_P) \leq -K(Z_Q) - Q e(Z_Q)$$

d'autre part les inégalités :

$$\begin{aligned} -Q K(Z_Q) - PQ e(Z_Q) &\leq -Q K(Z_P) - PQ e(Z_P), \\ P K(Z_Q) + PQ e(Z_Q) &\leq P K(Z_P) + PQ e(Z_P) \end{aligned}$$

on obtient les inégalités :

$$(P - Q)e(Z_P) \leq (P - Q)e(Z_Q) \text{ et } (P - Q)K(Z_Q) \leq (P - Q)K(Z_P)$$

qui montrent que si  $P > Q$ , alors  $K(Z_P) \geq K(Z_Q)$  et  $e(Z_P) \leq e(Z_Q)$ ; cela signifie que la surface  $Z_Q$  est moins courbée que  $Z_P$ , ou « plus lisse », mais moins bien ajustée à l'échantillon. En particulier, la spline plaque-mince d'interpolation  $Z_\infty$ , limite de  $Z_P$  lorsque  $P$  devient arbitrairement grand, est parfaitement ajustée à l'échantillon, mais moins lisse que n'importe quelle spline plaque-mince d'ajustement  $Z_Q$ .

*b) Nous supposons désormais le poids  $P$  fixé, et nous nous intéressons aux poids  $r_i$*

Le choix le plus simple est bien sûr de donner le même poids  $r_i = 1/n$  à tous les points.

Ce choix n'est pas satisfaisant car la répartition des points  $(x_i, y_i)$  peut être hétérogène en raison de la répartition horizontale irrégulière des courbes, et des variations de l'intervalle de prélèvement le long des courbes. Des poids uniformes feraient dévier la surface d'ajustement  $Z(x, y)$  vers les portions de terrain échantillonnées finement, ce qui est inacceptable car  $Z$  n'a aucune raison d'être affectée par le pas d'échantillonnage.

Pour éviter cet inconvénient, il faut donc que les poids  $r_i$  soient faibles là où l'échantillon est dense, et forts là où l'échantillon est clairsemé. En d'autres termes, un poids  $r_i$  doit être faible lorsque le point  $(x_i, y_i)$  est représentatif d'une parcelle de terrain  $A_i$  petite, et fort lorsque le point  $(x_i, y_i)$  est représentatif d'une parcelle de terrain  $A_i$  vaste, ce qui amène à poser que  $r_i$  est une fonction croissante  $f(|A_i|)$  de l'aire  $|A_i|$  de  $A_i$ . En outre, cette fonction ne peut être que linéaire, car si on réunit deux parcelles contiguës  $A_i, A_j$  en une seule  $A_i \cup A_j$ , le poids  $f(|A_i \cup A_j|) = f(|A_i| + |A_j|)$  de la réunion doit être la somme des poids :

$$f(|A_i| + |A_j|) = r_i + r_j = f(|A_i|) + f(|A_j|)$$

Ainsi  $r_i = k|A_i|$ , et la condition  $\sum r_i = 1$  impose  $k = 1 / \sum |A_i|$ .

Il reste à préciser ce qu'est une parcelle  $A_i$  représentée par le point  $(x_i, y_i, z_i)$  ; il est naturel de la définir comme l'ensemble des points  $(x, y)$  qui sont plus proches de  $(x_i, y_i)$  que des autres points  $(x_j, y_j)$  ; on sait que cet ensemble est un polygone  $V_i$  et que la famille  $\{V_i; i = 1, \dots, n\}$  forme le diagramme de Voronoï associé aux points  $(x_i, y_i)$ . En définitive, un système cohérent de poids  $r_i$  peut être défini par  $r_i = |V_i| / \sum_j |V_j|$ , où  $|V_i|$  désigne l'aire du polygone de Voronoï  $V_i$ .

*Étape 3. Résolution du système linéaire*

La suite de la mise en œuvre consiste à résoudre le système linéaire de  $n + 3$  équations donnant les coefficients.

En posant  $c_{ij} = r_i(x_j, y_j)^2 / \sum_j r_j(x_j, y_j)$ , ce système s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} 8\pi / \mu_1 & c_{21} & \dots & c_{n1} & 1 & x_1 & y_1 \\ c_{12} & 8\pi / \mu_2 & \dots & c_{n2} & 1 & x_2 & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{1n} & c_{2n} & \dots & 8\pi / \mu_n & 1 & x_n & y_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ noté en abrégé :}$$

$$(3.2) \quad \begin{pmatrix} C & F \\ F^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z \\ 0 \end{pmatrix}$$

Noter que  $r_i(x_j, y_j) = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} = r_j(x_i, y_i)$ , donc  $c_{ji} = c_{ij}$  ; la matrice  $C$  est donc symétrique.

C. Carasso, dans [BAR 91], suggère de résoudre le système (3.2) comme suit : on factorise  $F$  sous la forme  $F=QR$  où  $Q$  est une matrice  $(n, n)$  orthogonale, et  $R$  une matrice  $(n,3)$  de la forme  $R = \begin{pmatrix} U \\ 0 \end{pmatrix}$  avec  $U$  matrice  $(3,3)$  triangulaire supérieure.  $F$  est de rang 3, puisqu'il y a au moins trois points  $(x_i, y_i)$  non alignés, donc  $R$  est de rang 3, et par suite  $U$  est inversible. On peut alors écrire ( $I$  étant ici la matrice identité  $(3,3)$ ) :

$$\begin{pmatrix} C & F \\ F^T & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q^T C Q & R \\ R^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q^T & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

de sorte que le système (3.2) est équivalent au système :

$$\begin{pmatrix} Q^T C Q & R \\ R^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q^T Z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a = Qd$$

En écrivant par blocs :  $Q = (Q_1 \ Q_2)$ ,  $Q_1$  matrice  $(n, 3)$ ,  $Q_2$  matrice  $(n, n-3)$ , et  $d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ ,  $d_1$  vecteur  $(3)$ ,  $d_2$  vecteur  $(n-3)$ , ce système s'écrit :

$$\begin{pmatrix} Q_1^T C Q_1 & Q_1^T C Q_2 & U \\ Q_2^T C Q_1 & Q_2^T C Q_2 & 0 \\ U^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1^T Z \\ Q_2^T Z \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a = Q_1 d_1 + Q_2 d_2 ;$$

on en déduit  $U^T d_1 = 0$ , donc  $d_1 = 0$  ; de l'équation  $Q_2^T C Q_2 d_2 = Q_2^T Z$ , on tire ensuite  $d_2$ , d'où  $a = Q_2 d_2$  ; de l'équation  $Q_1^T C Q_2 d_2 + U b = Q_1^T Z$ , ou  $U b = Q_1^T (Z - C a)$ , on tire enfin  $b$ .

Il faut remarquer que la matrice  $C$  est pleine, donc aussi la matrice  $Q_2^T C Q_2$  ; on va voir qu'au contraire, la méthode de la « grille élastique » conduit à un système creux, ce qui autorise, à ressources de mémoire égales, à traiter des systèmes de plus grande taille.

#### Étape 4. Constitution de la grille régulière $m_{cl}$ (pour mémoire)

Cette étape immédiate consiste à calculer par la formule (3.3) les altitudes  $z_{cl} = Z(x_c, y_l)$  des nœuds de grille.

#### 3.5.2.4. Approximation de la surface topographique par une surface grille-élastique [AUT 78]

##### 3.5.2.4.1. Définition

Une surface grille-élastique peut être présentée comme une approximation discrète d'une surface spline plaque-mince d'ajustement  $Z(x,y)$ , définie au paragraphe 3.5.2.3.1 ; on sait que  $Z(x,y)$  minimise une quantité :

$$E(Z) = K(Z) + \sum_i \mu_i (Z(x_i, y_i) - z_i)^2$$

Comme notre objectif final n'est pas la surface  $Z(x,y)$ , mais seulement l'ensemble de ses valeurs  $z_{cl} = Z(x_c, y_l)$  aux nœuds d'une grille régulière  $\{x_c = ch; c = 1, \dots, N\} \times \{y_l = lh; l = 1, \dots, M\}$ , on peut chercher à poser directement un problème dont l'inconnue soit l'ensemble  $\{z_{cl}\}$ . Pour cela, on va remplacer la quantité  $E(Z)$  par une quantité approchée qui n'est fonction que des  $z_{cl}$ .

Il faut d'une part remplacer l'intégrale  $K(Z) = \int Z''_{xx}{}^2 + 2Z''_{xy}{}^2 + Z''_{yy}{}^2 dx dy$ .

On l'approche d'abord par une somme de Riemann :

$$K(Z) \cong h^2 \sum_{c=1:N, l=1:M} Z''_{xx}(x_c, y_l)^2 + 2Z''_{xy}(x_c, y_l)^2 + Z''_{yy}(x_c, y_l)^2$$

On écrit ensuite les huit formules de Taylor au point  $(x_c, y_l)$  :

$$z_{c+1,l} - z_{cl} = Z'_x h + Z''_{xx} h^2 / 2 + Z'''_{xxx} h^3 / 6 + o(h^3)$$

$$z_{c-1,l} - z_{cl} = -Z'_x h + Z''_{xx} h^2 / 2 - Z'''_{xxx} h^3 / 6 + o(h^3)$$

$$z_{c,l+1} - z_{cl} = Z'_y h + Z''_{yy} h^2 / 2 + Z'''_{yyy} h^3 / 6 + o(h^3)$$

$$z_{c,l-1} - z_{cl} = -Z'_y h + Z''_{yy} h^2 / 2 - Z'''_{yyy} h^3 / 6 + o(h^3)$$

$$z_{c+1,l+1} - z_{cl} = Z'_x h + Z'_y h + (Z''_{xx} + 2Z''_{xy} + Z''_{yy}) h^2 / 2 + (Z'''_{xxx} + 3Z'''_{xxy} + 3Z'''_{xyy} + Z'''_{yyy}) h^3 / 6 + o(h^3)$$

$$-z_{c+1,l-1} + z_{cl} = -Z'_x h + Z'_y h + (-Z''_{xx} + 2Z''_{xy} - Z''_{yy}) h^2 / 2 + (-Z'''_{xxx} + 3Z'''_{xxy} - 3Z'''_{xyy} + Z'''_{yyy}) h^3 / 6 + o(h^3)$$

$$-z_{c-1,l+1} + z_{cl} = Z'_x h - Z'_y h + (-Z''_{xx} + 2Z''_{xy} - Z''_{yy}) h^2 / 2 + (Z'''_{xxx} - 3Z'''_{xxy} + 3Z'''_{xyy} - Z'''_{yyy}) h^3 / 6 + o(h^3)$$

$$z_{c-1,l-1} - z_{cl} = -Z'_x h - Z'_y h + (Z''_{xx} + 2Z''_{xy} + Z''_{yy}) h^2 / 2 + (-Z'''_{xxx} - 3Z'''_{xxy} - 3Z'''_{xyy} - Z'''_{yyy}) h^3 / 6 + o(h^3) ;$$

en additionnant la 1<sup>ère</sup> et la 2<sup>e</sup>, puis la 3<sup>e</sup> et la 4<sup>e</sup>, puis les quatre dernières, on en déduit :

$$Z''_{xx}(x_c, y_l) = (z_{c-1,l} - 2z_{cl} + z_{c+1,l}) / h^2 + o(h)$$

$$Z''_{yy}(x_c, y_l) = (z_{c,l-1} - 2z_{cl} + z_{c,l+1}) / h^2 + o(h)$$

$$Z''_{xy}(x_c, y_l) = (z_{c-1,l-1} - z_{c-1,l+1} - z_{c+1,l-1} + z_{c+1,l+1}) / 4h^2 + o(h)$$

Ces valeurs permettent d'approximer l'intégrale  $K(Z)$  par la quantité, fonction du vecteur  $\vec{z} = \{z_{cl}\}$  de  $R^{MN}$  :

$$K(\vec{z}) = 1/h^2 \left( \begin{array}{l} \sum_{c=2;N-1, l=1;M} (z_{c-1,l} - 2z_{cl} + z_{c+1,l})^2 + \sum_{c=1;N, l=2;M-1} (z_{c,l-1} - 2z_{cl} + z_{c,l+1})^2 \\ + \sum_{c=2, N-1; l=2, M-1} (z_{c-1,l-1} - z_{c-1,l+1} - z_{c+1,l-1} + z_{c+1,l+1})^2 \end{array} \right)$$

Il faut d'autre part remplacer dans  $e(Z) = \sum_i \mu_i (Z(x_i, y_i) - z_i)^2$  chaque  $Z(x_i, y_i)$  par une fonction du vecteur  $\vec{z}$ .

On adoptera une représentation par fonction bilinéaire ou bicubique par morceaux :

$$Z(x, y) = \sum_{c,l} z_{cl} V(x/h - c) V(y/h - l)$$

avec dans le cas bilinéaire :  $V(t) = Q(t) = \sup(1 - |t|, 0)$

et dans le cas bicubique :

$$V(t) = U(t) = \begin{cases} 3/2 |t|^3 - 5/2 |t|^2 + 1 & \text{si } |t| \leq 1 \\ -1/2 |t|^3 + 5/2 |t|^2 - 4|t| + 2 & \text{si } 1 \leq |t| \leq 2 \\ 0 & \text{si } |t| \geq 2 \end{cases}$$

$e(z)$  est alors remplacée par :

$$e_h(\vec{z}) = \sum_i \mu_i \left( \sum_{c,l} z_{cl} V\left(\frac{x_i}{h} - c\right) V\left(\frac{y_i}{h} - l\right) - z_i \right)^2$$

En définitive la quantité  $E(Z)$  est remplacée par la quantité, fonction de  $\vec{z} = \{z_{cl}\}$  :

$$E_h(\vec{z}) = K_h(\vec{z}) + e_h(\vec{z})$$

On définit alors la surface grille-élastique associée à l'échantillon  $\{(x_i, y_i, z_i); i = 1, \dots, n\}$  comme la surface :

$$Z(x, y) = \sum_{c,l} z_{cl} V(x/h - c) V(y/h - l)$$

définie par le vecteur  $\vec{z} = \{z_{cl}\}$  qui minimise la quantité  $E_h(\vec{z})$ .

3.5.2.4.2. Existence et unicité de la solution du problème de minimisation de  $E_h(\vec{z})$

La quantité  $E_h(\vec{z})$  est une fonctionnelle quadratique de  $\vec{z} = \{z_{cl}\}$ , qu'on sait donc minimiser explicitement.

De façon précise, on introduit les vecteurs  $C_{cl}, D_{cl}, F_{cl}, B_i$  tels que :

$$z_{c-1,l} - 2z_{cl} + z_{c+1,l} = C_{cl}^T z$$

$$z_{c,l+1} - 2z_{cl} + z_{c,l-1} = D_{cl}^T z$$

$$z_{c-1,l-1} - z_{c-1,l+1} - z_{c+1,l-1} + z_{c+1,l+1} = F_{cl}^T z$$

$$\sum_{cl} z_{cl} V(x_i/h - c) V(y_i/h - l) = B_i^T z$$

par exemple :  $C_{cl}^T = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & \frac{1}{c-1,l} & \frac{-2}{cl} & \frac{1}{c+1,l} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$

On voit alors que :

$$K_h(\vec{z}) = 1/h^2 \left( \sum_{cl} z^T C_{cl} C_{cl}^T z + \sum_{cl} z^T D_{cl} D_{cl}^T z + 1/8 \sum_{cl} z^T F_{cl} F_{cl}^T z \right)$$

$$e_h(\vec{z}) = \sum_i \mu_i \left( z^T B_i - z_i \right) \left( B_i^T z - z_i \right)$$

$$= z^T \left( \sum_i \mu_i B_i B_i^T \right) z - 2 \left( \sum_i \mu_i z_i B_i \right)^T z + \sum_i \mu_i z_i^2$$

de sorte qu'en posant :

$$A = 1/h^2 \left( \sum_{cl} C_{cl} C_{cl}^T + \sum_{cl} D_{cl} D_{cl}^T + 1/8 \sum_{cl} F_{cl} F_{cl}^T \right) + \sum_i \mu_i B_i B_i^T$$

$$b = \sum_i \mu_i z_i B_i \quad c = \sum_i \mu_i z_i^2$$

on obtient l'écriture de  $E_h(\vec{z})$ :  $E_h(\vec{z}) = z^T A z - 2b^T z + c$ .

La matrice  $A$  est symétrique. Elle est positive car :

$$z^T A z = 1/h^2 \left( \sum_{cl} (C_{cl}^T z)^2 + \sum_{cl} (D_{cl}^T z)^2 + 1/8 \sum_{cl} (F_{cl}^T z)^2 \right) + \sum_i \mu_i (B_i^T z)^2 \geq 0$$

quel que soit  $\vec{z}$ :

On se propose de montrer que la matrice  $A$  est définie positive, ce qui signifie que  $z^T A z$  ne peut être 0 que si  $\vec{z} = 0$ ; cette propriété garantira l'existence et l'unicité de la solution du problème.

Supposons donc que  $z^T A z = 0$  pour un certain  $z$ .

Alors  $C_{cl}^T z = 0$  pour tous  $c, l$ , ce qui implique  $z_{cl} = z_{1l} + (c-1)(z_{2l} - z_{1l})$ .

De même  $D_{cl}^T z = 0$  pour tous  $c, l$ , ce qui implique :  
 $z_{cl} = z_{c1} + (l-1)(z_{c2} - z_{c1})$ .

On en déduit :

$$\begin{aligned} z_{cl} &= z_{11} + (c-1)(z_{21} - z_{11}) + (l-1)(z_{12} - z_{11}) + (c-1)(l-1)(z_{22} - z_{12} - z_{21} + z_{11}) \\ &= a_0 + a_1 c + a_2 l + a_3 cl \end{aligned}$$

pour tous  $c, l$ ;

d'où :  $F_{cl}^T z = z_{c+1,l+1} - z_{c+1,l-1} - z_{c-1,l+1} + z_{c-1,l-1} = 4a_3$ .

L'hypothèse  $z^T A z = 0$  implique aussi  $F_{cl}^T z = 0$  pour tous  $c, l$ , d'où  $a_3 = 0$ .

Finalement :  $z_{cl} = a_0 + a_1 c + a_2 l$  pour tous  $c, l$ .

On a alors :

$$\begin{aligned} B_i^T z &= \sum_{cl} (a_0 + a_1 c + a_2 l) V(x_i / h - c) V(y_i / h - l) \\ &= a_0 \sum_c V\left(\frac{x_i}{h} - c\right) \sum_l V\left(\frac{y_i}{h} - l\right) + a_1 \sum_c c V\left(\frac{x_i}{h} - c\right) \sum_l V\left(\frac{y_i}{h} - l\right) + a_2 \sum_c V\left(\frac{x_i}{h} - c\right) \sum_l l V\left(\frac{y_i}{h} - l\right) \end{aligned}$$

Or on peut montrer que la fonction  $V$ , aussi bien lorsqu'elle désigne la fonction d'interpolation linéaire  $Q$  que la fonction d'interpolation cubique  $U$ , vérifie les identités :

$$\sum_c V(x - c) = 1 \text{ et } \sum_c c V(x - c) = x \text{ pour tout } x ;$$

d'où :  $B_i^T z = a_0 + a_1 x_i / h + a_2 y_i / h$ .

Mais l'hypothèse  $z^T A z = 0$  implique :  $B_i^T z = a_0 + a_1 x_i / h + a_2 y_i / h$  pour tout  $i$  ; or on peut supposer que l'échantillon compte au moins trois points  $(x_j, y_j), (x_k, y_k), (x_p, y_p)$  non alignés ; ces trois points vérifient le système :

$$\left\{ a_0 + a_1 x_j / h + a_2 y_j / h = 0, \quad a_0 + a_1 x_k / h + a_2 y_k / h = 0, \quad a_0 + a_1 x_p / h + a_2 y_p / h = 0 \right\}$$

de déterminant  $(x_p - x_j)(y_k - y_j) - (x_k - x_j)(y_p - y_j)$  non nul, ce qui n'est possible que si  $a_0 = a_1 = a_2 = 0$ . Donc  $z = 0$  ; on a ainsi montré que  $A$  est définie positive.

$A$  est alors inversible, et on peut donc écrire :

$$E_h(z) = (z - A^{-1}b)^T A (z - A^{-1}b) + c - b^T A^{-1}b \geq c - b^T A^{-1}b$$

qui montre que  $E_h(z)$  atteint son minimum  $c - b^T A^{-1}b$  si et seulement si  $z = A^{-1}b$ . Autrement dit le problème de minimisation de  $E_h(z)$  admet une solution  $z$  et une seule donnée par l'équation  $Az = b$ .

*Structure de la matrice  $A$*

On a :  $A = A_1 + A_2$  où :

$$A_1 = 1/h^2 \left( \sum_{cl} C_{cl} C_{cl}^T + \sum_{cl} D_{cl} D_{cl}^T + 1/8 \sum_{cl} F_{cl} F_{cl}^T \right), \quad A_2 = \sum_i \mu_i B_i B_i^T$$

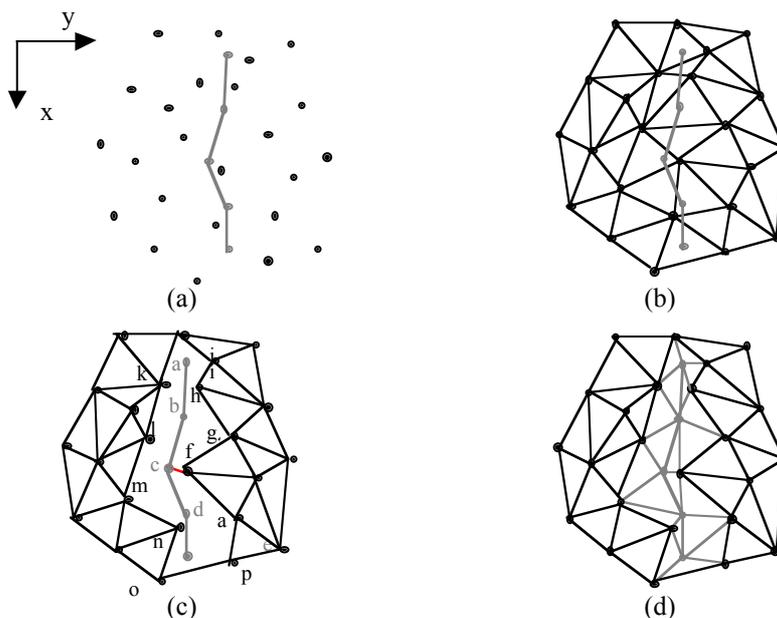
$A, A_1, A_2$  sont des matrices  $(MN, MN)$  ( $M$  : nombre de lignes,  $N$  : nombre de colonnes de la grille).



### 3.5.3. Mélange de courbes de niveau et de mesures 3D dans les images<sup>9</sup>

Les deux techniques qui ont été décrites dans les paragraphes précédents, pour la clarté de l'exposé, ont été développées séparément. Néanmoins, la reconstruction de MNS à partir de courbes de niveau peut être améliorée en ajoutant des points 3D mesurés par moyens photogrammétriques pour résoudre les ambiguïtés entre toutes les triangulations possibles. De même, les courbes de niveau peuvent être injectées comme des contraintes dans le processus de triangulation de tous les points 3D qui peuvent être extraits des images. Les deux techniques mènent à une triangulation contrainte. Néanmoins, ces processus de fusion auront des chances de réussir si les deux informations 3D sont homogènes en exactitude et précision, et décrivent la même surface sans aucune ambiguïté.

### 3.5.4. Production d'un MNT avec un semis de points et les lignes caractéristiques



**Figure 3.59.** (a) En noir semis de points 3D et en gris la ligne de rupture de pente (b) 2D triangulation de tous les points dans le semis (c) tous les triangles qui recouvrent la ligne de rupture de pente sont enlevés et l'espace restant est (d) triangulé sous la contrainte que les nouveaux triangles se trouvent sur les segments de la ligne de rupture de pente

9. Cette section a été rédigée par Nicolas PAPANODITIS.

Un MNT peut être produit en levant manuellement un semis des points 3D bien choisis sur le terrain dans le modèle stéréo. La localisation spatiale de ces points est déterminée par l'opérateur et leur élévation peut aussi être obtenue manuellement, ou produit par corrélation automatique, déjà présentée. La densité spatiale des points dépend de la rugosité locale du paysage et de la qualité désirée pour le MNT. Une surface de type RIT peut être produite à partir de ces points avec une triangulation de Delaunay 2D (*cf.* figure 3.59 a et b).

Au lieu de lever une densité de points plus importante (ce qui serait coûteux) autour de lignes de rupture de pente pour rendre la morphologie du relief local, l'opérateur peut tracer les lignes caractéristiques et utiliser ces lignes pour contraindre la triangulation localement. En pratique, nous détruisons tous les triangles qui recouvrent la ligne de rupture et nous triangulons l'espace restant. Par exemple dans le cas d'une ligne de rupture de pente ouverte (*cf.* figure 3.59), la triangulation de cet espace vide peut être vue comme la triangulation du polygone (c, f, g, h, k, l, m, n, o, p, q, f, c, d, e, d, c, b, a, b, c) sur la figure 3.59 c, exemple où c f est le plus petit segment qui joint les points de la ligne de cassure et les points des triangles environnants. La figure 3.60 montre des résultats de la triangulation sur un ensemble de données (points et lignes caractéristiques du terrain) levées sur un poste de travail de photogrammétrie numérique.

### 3.6. Extraction des lignes caractéristiques du relief<sup>10</sup>

#### 3.6.1. Quelques définitions liées au relief

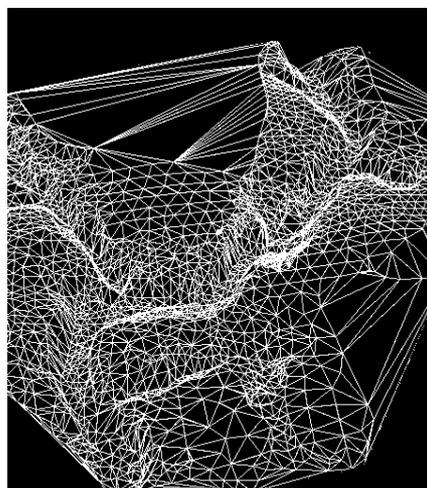
##### 3.6.1.1. Preamble aux définitions

Le façonnement du relief résulte des actions de nombreux phénomènes endogènes et exogènes tels que lithologie, variations climatiques, végétation, activités anthropiques... Le réseau hydrographique est un ensemble d'objets morphologiques particulièrement utile pour caractériser le relief. La description de ce dernier par des éléments caractéristiques s'appuie sur une représentation mathématique qui dépend :

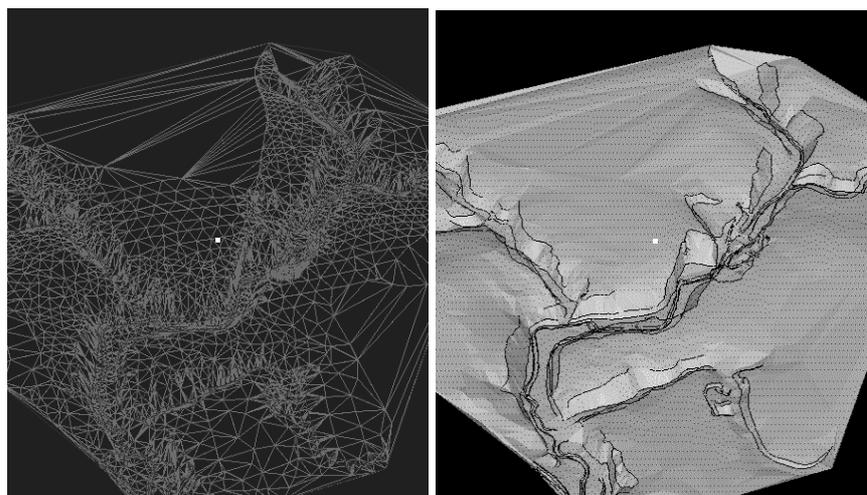
- du type de saisie : la surface elle-même, une représentation cartographique, des représentations photographiques de la surface...
- des modes d'acquisition : levés directs, numérisation, restitution photogrammétrique,
- du mode de distribution des altitudes : courbe de niveau, semis régulier ou irrégulier.

---

10. Cette section a été rédigée par Alain DUPERET et Olivier JAMET.



**Figure 3.60. a.** *Triangulation sans contrainte de lignes caractéristiques*



**Figure 3.60. b.** *Triangulation avec contrainte des lignes caractéristiques*

Dans la pratique, il est souhaitable d'effectuer une séparation entre les aspects liés à l'acquisition des éléments caractéristiques du terrain et ceux liés à la représentation mathématique de la surface. Par ailleurs, les notions de thalwegs et de rivières sont souvent assimilées, ce qui conduit à des confusions qui reviennent à assimiler relief et processus de ruissellement, bien qu'ils soient fréquemment liés ; l'écoulement superficiel s'effectue le plus souvent dans le

sens de la ligne de plus grande pente locale ou régionale mais la lithologie (par la présence de roches dures ou tendres) et la fracturation peuvent également intervenir.

Dans un premier temps, une présentation mathématique simple et topologique sera donnée pour les principaux éléments remarquables du relief. Puis, plusieurs modes opératoires seront présentés sur la base de quelques travaux significatifs menés récemment. H. M. Dufour [DUF 88] distingue les éléments principaux et les éléments secondaires.

### 3.6.1.2. Définitions des éléments caractéristiques principaux du relief

Les définitions qui suivent seront basées sur une modélisation assez réductrice de la réalité : nous supposons en effet que la surface topographique est décrite de façon satisfaisante par une fonction  $z = H(x, y)$ , continue et deux fois dérivable. Évidemment il ne s'agit que d'une approximation, puisque la topographie présente de nombreuses similarités avec une structure fractale, et qu'elle présente des discontinuités à toutes les échelles d'observation. Néanmoins cette approche permet des définitions beaucoup plus simples des éléments caractéristiques du relief.

#### 3.6.1.2.1. Les points remarquables principaux

– Le sommet

Le sommet est le point haut isolé représentant le maximum local de la fonction  $H$  :

$$(X_0, Y_0) \text{ est un sommet si } \begin{cases} H'_x(X_0, Y_0) = 0 \\ H'_y(X_0, Y_0) = 0 \\ H''_{xx}(X_0, Y_0) < 0 \text{ et } H''_{yy}(X_0, Y_0) < 0 \end{cases}$$

$H$  est définie symétrique et définie positive.

– La cuvette

La cuvette est le point bas isolé représentant le minimum local de la fonction  $H$  :

$$(X_0, Y_0) \text{ est une cuvette si } \begin{cases} H'_x(X_0, Y_0) = 0 \\ H'_y(X_0, Y_0) = 0 \\ H''_{xx}(X_0, Y_0) > 0 \text{ et } H''_{yy}(X_0, Y_0) > 0 \end{cases}$$

ce qui traduit donc que les rayons de courbures dans les plans principaux sont négatifs.

## – Le col

Le col est un point origine d'au moins deux ruissellements qui divergent. La notion de col évoque autant un point qu'une surface. Du point de vue macroscopique, c'est une région dans laquelle se rencontrent deux vallées divergentes séparant deux sommets.

$$(X0, Y0) \text{ est un col si } \begin{cases} H'_x(X0, Y0) = 0 \\ H'_y(X0, Y0) = 0 \\ H''_{xx}(X0, Y0) \cdot H''_{yy}(X0, Y0) < 0 \end{cases}$$

Cette situation implique l'existence d'un point tel qu'un cercle infinitésimal qui l'entoure révèle au moins une double alternance de pente. Le ruissellement peut, à partir d'un infime déplacement, partir dans deux directions différentes.

La détection de cols selon ces critères identifie souvent dans la pratique de nombreux cols parasites, de faible amplitude, proche d'un extremum de H. Le plus souvent, une modification minimale des altitudes dans le MNT fait disparaître cet artefact. Le remplacement d'une maille carrée par une maille triangulaire en annulerait aussi un certain nombre. Cet assainissement du modèle est un pré-requis pour une modélisation topographique saine et une extraction plus facile des lignes caractéristiques.

## 3.6.1.2.2. Les lignes caractéristiques principales

D'un point de vue global, une ligne caractéristique est une ligne de pente assurant le partage ou l'écoulement des eaux de ruissellement. Les définitions de ces lignes présentent souvent deux variantes, selon qu'on les entend au sens de la géomorphologie réelle, ou au sens des algorithmes utilisés pour les détecter. Ainsi, au sens géomorphologique, un thalweg n'est généralement pas constitué au début du bassin de réception d'un torrent, alors que les algorithmes de détermination pourront définir un « thalweg » théorique qui pourra remonter jusqu'au col.

## – Le thalweg principal

Le thalweg peut se déterminer par le trajet emprunté par un ruissellement entre le col qui en est éventuellement l'origine, pour se terminer naturellement jusqu'à la cuvette qu'il va trouver sur son trajet en suivant la ligne de plus grande pente descendante.

## – La crête principale

La localisation de chaque crête se réalise de même comme étant le trajet suivi par un anti-ruissellement depuis un col jusqu'à un sommet en suivant la ligne de plus grande pente ascendante (antiruissellement : ruissellement

inversé, assimilé à de l'eau qui remonterait exclusivement le long de la ligne de plus grande pente).

– Conclusion sur les lignes caractéristiques principales

Crêtes et thalwegs principaux constituent le système orohydrographique principal qui s'appuie complètement sur la détermination préalable de cols. Une attention toute spéciale doit être portée sur les zones basses et/ou inondées telles que les marais, lacs, larges vallées plates... en particulier lorsqu'il sera question d'extraction automatisée.

Tout va très bien si un tracé de crête amorcé en zone convexe se constitue en zone convexe jusqu'à la jonction avec une autre crête ou jusqu'à un sommet mais des problèmes arrivent s'il y a prolongement en zone concave. Une remarque duale peut être faite pour un thalweg. Ceci justifie la définition et la prise en compte de nouveaux éléments caractéristiques du relief.

### 3.6.1.3. Définitions d'éléments caractéristiques secondaires du relief

#### 3.6.1.3.1. La courbe de niveau

Les courbes de niveau (ou isohypses) sont les courbes planes de la fonction  $Z = H(x, y)$ . Associées à des altitudes sélectionnées et régulièrement espacées d'un intervalle appelé équidistance des courbes, elles sont utilisées couramment pour fournir la représentation cartographique du relief, souvent avec un ensemble des cotes d'édition distribuées sur des points planimétriques remarquables. Au-delà de ce cadre cartographique, les horizontales peuvent devenir des éléments caractéristiques du relief dès que celui-ci contient des étendues d'eau. Les contours d'étangs, les lacs, les baies, les baies de mers sont autant de lignes qui présentent souvent une anomalie remarquable de la fonction altitude pour des grands ensembles de relief.

#### 3.6.1.3.2. La courbe $\Gamma_n = 0$

La courbure horizontale des courbes de niveau peut également faire l'objet d'une étude. La convention de parcours prévoit qu'un observateur qui suit une courbe de niveau dans le sens direct oblique constamment sur sa droite (respectivement sa gauche) en terrain convexe (respectivement concave). De nombreuses difficultés, notamment celles liées aux cols parasites, peuvent être évitées en considérant la frontière entre les zones concaves et convexes du terrain. En appelant  $\Gamma_n$  la courbure horizontale des courbes de niveau, la courbure  $\Gamma_n = 0$  représente bien la limite recherchée. En principe, le col fait partie de cette courbe particulière.

#### 3.6.1.3.3. Les points remarquables secondaires

Les points dont les définitions suivent correspondent aux lieux de courbure nulle.

#### 3.6.1.3.4. L'origine de thalweg

Pour pallier les désagréments évoqués précédemment concernant les lignes caractéristiques principales, les points hauts de la courbe  $\Gamma_n = 0$  seront pris comme des origines de thalweg. Intuitivement, ces points constituent le début des zones d'affouillement ; ils correspondent aux points où l'érosion visible agit sur les massifs à la limite des zones convexes et des zones concaves.

#### 3.6.1.3.5. La fin de crête

Les points bas de la courbe  $\Gamma_n = 0$  seront définis comme des fins de crêtes.

#### 3.6.1.3.6. Remarques sur les points remarquables secondaires

D'autres approches que celle présentée sont possibles, comme celle qui consisterait à prendre tous les points pour lesquels la pente  $p$  est maximum ; les fins de crête sont indiquées lorsque  $\Gamma_n > 0$ , les débuts de thalweg par  $\Gamma_n < 0$ .

#### 3.6.1.3.7. Les lignes caractéristiques secondaires

Les lignes caractéristiques secondaires sont obtenues en traçant à partir d'un point remarquable secondaire les lignes de pente vers le bas ou le haut.

#### 3.6.1.3.8. Le thalweg secondaire

Les thalwegs secondaires se tracent en zone concave  $\Gamma_n < 0$ , à partir des origines de thalwegs secondaires en descendant le long de la ligne de plus grande pente jusqu'à confluence avec un autre thalweg.

#### 3.6.1.3.9. La crête secondaire

Les crêtes secondaires se tracent en zone concave  $\Gamma_n > 0$ , à partir des fins de crêtes secondaires en remontant le long de la ligne de plus grande pente jusqu'à jonction avec une ligne principale.

#### 3.6.1.3.10. Remarques sur les lignes caractéristiques secondaires

L'extraction fiable des éléments caractéristiques revêt donc une importance toute particulière, dont l'automatisation apparaît souhaitable, tant l'extraction manuelle semble délicate. En effet, par opposition à la saisie des lignes de niveau pour lesquelles le  $z$  appareil est bloqué lors de la saisie ou à la saisie des nœuds d'un maillage pour lesquels la position planimétrique est imposée, la saisie photogrammétrique directe ne dispose d'aucun systématisme. La liberté de positionnement est grande, extrêmement corrélée à la précision altimétrique du pointé et intervient de fait dans des zones qui requièrent un effort très soutenu pour être appréhendées correctement : végétation dans les fonds de thalwegs, crêtes aplaties...

#### 3.6.1.4. *Notions de réseau de drainage et bassin versant*

Un réseau de drainage est défini [DEF 91] comme étant composé de « l'ensemble des surfaces topographiques situées en contrebas de tous les points hauts voisins, s'écoulant généralement selon une direction. Ces surfaces peuvent contenir de l'eau de manière temporaire ou permanente ». Cela inclut ainsi les thalwegs : fonds de vallées, étroits ou larges, en eau ou à sec ; ainsi que les dépressions fermées endoréiques ou exoréiques telles que marais, dolines, lacs.

Pour effectuer des extractions automatiques conformes à cette définition, plusieurs familles de méthodes sont mises en œuvre sur les modèles numériques de terrain, soit par analyse dynamique du ruissellement, soit par analyse locale de la courbure locale de la surface.

En hydrologie, le bassin versant réel relatif à un point est défini comme la totalité de la surface topographique drainée par ce point ; c'est donc une entité géographique sur laquelle l'ensemble des entrées d'eau, constituées par les précipitations se partage et s'organise pour aboutir à un exutoire unique en sortie de bassin versant. Quant au bassin versant topographique relatif à un point, il s'agit du lieu des points de la surface topographique dont la ligne de plus grande pente passe par ce point. Il n'y a pas nécessairement coïncidence entre les deux types de bassins versants, par exemple pour les reliefs karstiques où l'eau qui ruisselle peut se retrouver à l'intérieur d'un bassin versant peut se retrouver en sortie dans un autre bassin versant par le jeu des pertes et des résurgences. De même, l'eau qui s'infiltre dans le sol peut rencontrer des couches imperméables qui la dirigent vers des nappes phréatiques participant ainsi au bilan hydrologique d'autres bassins. Pour finir, l'activité humaine génère des obstacles ou biefs qui modifient souvent la logique naturelle du ruissellement.

Comme les propriétés topographiques, géologiques et pédologiques d'un bassin versant constituent des paramètres essentiels pour son étude, il convient de disposer d'une modélisation numérique fiable du relief, en particulier du réseau de drainage. Dans un tel contexte, de nombreux indices numériques, plus thématiques, sont utilisés pour caractériser un bassin versant : la surface drainée, les longueurs de drainage, la distance à l'exutoire, le périmètre, la distance à l'exutoire, l'accroissement de surface drainée, les densités et fréquences de drainage, l'indice de compacité, le rapport de confluence ou de concentration, l'indice de Beven... [DEP 91].

#### 3.6.2. *Extraction de thalwegs à partir de points de départ*

Cette méthode, dénommée « démarche structuraliste » par l'auteur [RIA 92] est inspirée du modèle physique de ruissellement de l'eau sur un relief et

propose une méthode dynamique de détermination des lignes de crêtes. Le tracé des lignes est dynamique à partir de points de départ judicieusement choisis, en suivant la ligne de plus grande pente jusqu'à arriver soit en bord d'image, un minimum local ou sur une ligne déjà tracée. L'algorithme procède par deux étapes distinctes. La première consiste à décrire complètement le réseau en descendant de tous les cols principaux suivant la plus grande pente. La seconde s'applique à corriger les défauts provoqués par les dépressions en forçant le drainage vers le col le plus bas.

Le thalweg est défini comme « lieu concave de convergence des eaux ». La crête est définie de manière duale comme « lieu convexe de convergence de l'antiruisselement ». Ces deux types de lignes caractéristiques se croisent en des points singuliers, principalement les cols, mais également les extrema locaux, les points hauts (maxima locaux d'une zone concave) et les points bas (minima locaux d'une zone convexe).

Une contrainte de progression initiale est appliquée pour le cas particulier du point de départ. Trois contraintes d'avance différentes ont été mises en œuvre pour cette méthode, la description étant faite pour l'extraction des crêtes.

L'algorithme du ruissellement : la contrainte d'avance est de « monter suivant la ligne de plus grande pente », en choisissant parmi les voisins celui qui présente la plus grande dénivellation par rapport au déplacement parmi les points voisins. Le point de départ est un col. Le réseau ainsi obtenu peut être considéré comme trop dense. La détection est également moins significative pour les zones situées à basse altitude, par rapport aux zones de moyenne ou haute altitude.

L'algorithme du promeneur : à partir des maxima locaux, la contrainte d'avance retenue ici est de « descendre vers des points présentant un changement de pente convexe dans l'une trois directions (quatre moins celle du père) ». Ce traitement permet de relever les structures principales, mais demeure très sensible à la moindre déconnexion qui entraîne le non-examen d'éventuelles structures situées en aval.

L'algorithme des cols principaux croise les informations issues des deux algorithmes précédents afin de sélectionner les points de départ susceptibles d'engendrer les lignes caractéristiques importantes. Depuis les cols non marqués dans le réseau obtenu par la précédente méthode, la contrainte d'avance est de « monter suivant la ligne de plus grande pente ». Les cols marqués sont tous les cols ne faisant pas partie du réseau engendré par la remontée à partir des minima locaux sur thalwegs ; en fait, un col ne sera pas marqué s'il se situe à

l'extrémité d'une branche du réseau. Les crêtes principales sont bien marquées. Les principaux massifs et collines sont repérés.

La troisième méthode donne les meilleurs résultats. L'exutoire est recherché. Logiquement, le point d'exutoire est le col le plus bas parmi ceux d'où proviennent les lignes d'écoulement arrivant à cette dépression. Pour améliorer la méthode, le sens d'écoulement de la ligne en provenance de l'exutoire est inversé, et l'écoulement continue de l'autre côté du col. D'autres approches ont conservé le principe d'appliquer une méthode de ruissellement suivant la ligne de plus grande pente, sans chercher à repartir de points particuliers comme les cols. De chaque pixel, un écoulement sur le modèle est simulé suivant le pixel le plus proche de la ligne de plus grande pente.

### **3.6.3. Extraction de thalweg par calcul d'écoulement global ou accumulation**

Les méthodes qui suivent exploitent la même définition opératoire des thalwegs que les techniques de cheminement abordées précédemment : les thalwegs, générés par les phénomènes d'érosion naturelle du terrain, sont les lieux de passage des cours d'eau, assimilés à des lignes, compris cette fois-ci comme les lieux où se concentrent les eaux pluviales. Cette définition conduit non plus à poursuivre une extraction locale du réseau (soit par des opérateurs locaux, soit en suivant de proche en proche une ligne donnée), mais à exploiter l'ensemble de la surface pour déterminer les lignes sur lesquelles se réaliseraient les plus forts débits en cas d'une pluie homogène sur le site.

La représentation par un maillage rectangulaire régulier est celle qui conduit aux algorithmes les plus simples et sera la seule traitée dans cette section (les explications données sont même plus strictement restreintes aux maillages carrés – leur transposition à un maillage rectangulaire est laissée aux soins du lecteur). Nous parlerons de MNT (modèle numérique de terrain) pour désigner ces représentations, et de pixel (par référence à la terminologie du traitement d'image) pour désigner chaque point de la maille.

En dépit de ces limitations, les méthodes exposées ici présentent le double intérêt d'offrir l'extraction de lignes continues et de permettre des implantations extrêmement simples. Les résultats produits restant très réalistes sur tous les terrains à relief marqué, ces méthodes demeurent parmi les plus utilisées.

#### **3.6.3.1. Calcul des surfaces drainées**

En imaginant une pluie homogène sur l'ensemble du terrain, le débit du régime permanent est en tout point proportionnel à la surface cumulée en amont de ce point. Utilisée dans son approximation discrète, cette propriété

conduit à calculer, pour tout pixel, sa surface drainée comme la somme de la surface d'une maille (emprise du pixel considéré) et des surfaces drainées des pixels voisins amonts du pixel considéré. Les thalwegs sont alors les lieux des extrema locaux, sur les courbes d'altitude constante, des surfaces drainées.



**Figure 3.61.** Bassin de réception en amont d'un point

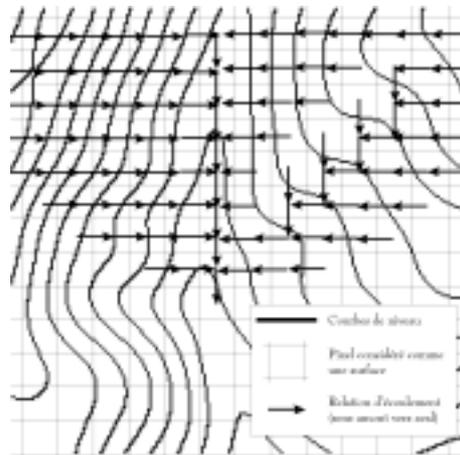
Cette définition donne lieu à plusieurs algorithmes, selon que l'on définit les voisinages en 4 ou en 8-connexité, suivant la manière dont est définie la relation être amont de, que nous appelons relation d'écoulement, et, enfin, suivant la technique employée pour extraire les lignes de thalwegs de l'image des surfaces drainées.

Nous restreindrons l'exposé à la topologie 4-connexe. L'emploi de la 8-connexité, préconisé par certains auteurs, pose le problème d'une topologie incohérente : les chemins d'écoulements matérialisés localement par les relations de voisinage se croisent, ce qui ne correspond pas à un modèle physique cohérent. Notons cependant que les techniques présentées ci-après sont aisément transposables en 8-connexité, quitte à prévoir une procédure de correction à posteriori des artefacts résultant, qui sont toujours locaux.

Le choix de la relation d'écoulement conduit à la distinction de deux familles d'algorithmes, présentées rapidement ci-après. Les techniques d'extraction des lignes de thalwegs elles-mêmes, qui peuvent être choisies indépendamment de l'algorithme utilisé pour le calcul des surfaces, font l'objet d'un paragraphe séparé (cf. paragraphe 3.6.4).

L'approche la plus simple consiste à considérer que chaque pixel ne peut être amont de plus d'un pixel parmi ces voisins. Ce pixel aval sera choisi tel que, d'une part, son altitude soit strictement inférieure à celle du pixel considéré, et d'autre par sur un critère de pente (l'écoulement des eaux suivant la plus grande pente). Cette formulation assure que le graphe de la relation d'écoulement est sans cycle, autrement dit, que cette relation définit un arbre sur le MNT.

Le calcul des surfaces drainées peut alors faire l'objet d'un algorithme récursif, ou, plus élégamment, utiliser l'ordre naturel des altitudes pour commencer le calcul par les points les plus hauts, et accumuler les surfaces drainées en une seule passe.

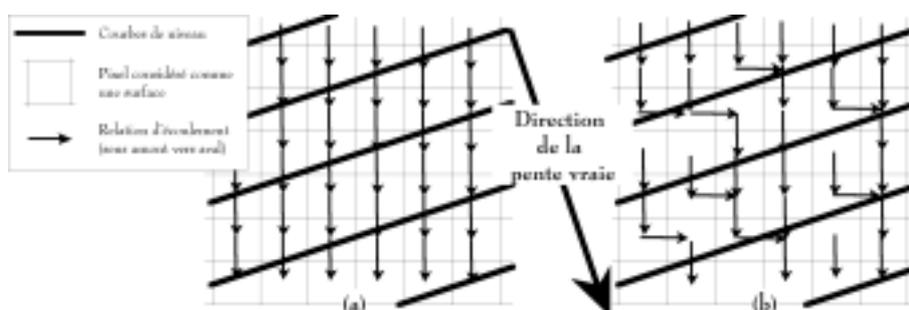


**Figure 3.62.** Arbre de la relation d'écoulement sur un MNT

Dans la formulation de Le Men [LER 92], le pixel aval est le pixel pour lequel la pente est la plus grande. Ce choix est opératoire sur les terrains mouvementés (fortes variations locales des pentes), mais conduit à des dérives sur les surfaces lisses, liées à la quantification des directions d'écoulement : l'algorithme présente ainsi un défaut d'isotropie fonction de la direction du maillage.

La méthode de Fairfield [FAI 91] pallie ce défaut en proposant un choix aléatoire du pixel aval entre les deux pixels matérialisant les deux plus grandes pentes, la probabilité de choix de l'un des deux points étant définie comme proportionnelle à la pente. Cette règle assure l'identité de la direction moyenne

du pixel aval et de la direction réelle de la plus grande pente sur un plan incliné, quelle que soit l'orientation du maillage.



**Figure 3.63.** Les écoulements sur une surface plane : (a) choix de la plus grande pente : le flux s'écarte de la direction réelle. (b) Choix aléatoire selon les deux plus fortes pentes (méthode de Fairfield) : le flux moyen suit la pente réelle

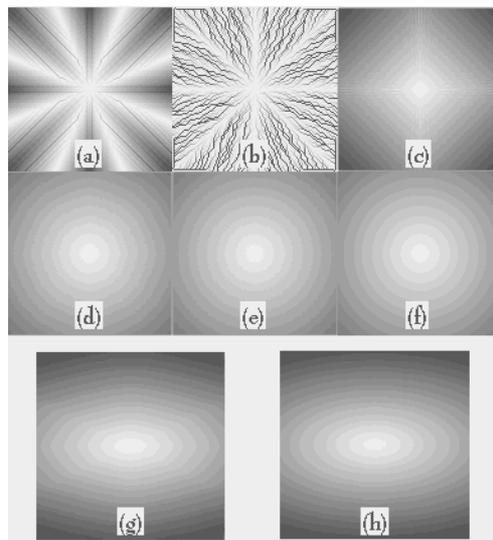
#### Calcul sur le graphe d'écoulement

L'anisotropie (ou la sensibilité à la direction du maillage) résultant du choix unique du pixel aval de plus grande pente a suscité une seconde famille d'approches. Considérant que la direction moyenne de l'écoulement doit rester fidèle à la direction réelle de la plus grande pente, Rieger [RIE 92] a proposé de prendre en compte, comme pixels aval d'un pixel donné, tous les voisins d'altitude inférieure, et de propager la surface drainée d'un pixel à ses pixels aval au prorata des pentes. Dans cette formulation, la relation d'écoulement définit, sur le MNT, un graphe qui n'est autre que le graphe de voisinage orienté dans le sens des altitudes décroissantes (aux exceptions d'égalité d'altitude près sur lesquelles nous reviendrons). Ce graphe orienté étant sans cycle, comme l'arbre d'écoulement discuté précédemment, l'algorithme de calcul des surfaces drainées peut procéder de la même manière (propagation des surfaces drainées dans le sens des altitudes décroissantes).

Cette formulation empirique, qui a l'avantage de produire une image des surfaces drainées plus régulière que la méthode de Fairfield, ne conduit toutefois pas à un algorithme isotrope. Une variante en 8-connexité due à Freeman [FRE 91], fondée sur une formulation *ad hoc* des surfaces transmises conduit à une meilleure isotropie sur les surfaces de révolution, mais pas dans le cas général.

Jamet [JAM 94] a montré que, dans la formulation de Rieger, la surface drainée calculée est assimilable au débit calculé en régime permanent, sous une pluie homogène sur l'ensemble du MNT, et pour une modélisation dans

laquelle les pixels sont assimilés à des cellules communiquant par leurs parois latérales. Pour une telle modélisation, ce débit dépend de l'orientation de la maille par rapport à la pente réelle du terrain. Le simple calcul du débit par unité de longueur orthogonale à la pente, déduit du débit de la maille et des pentes à ses voisins, assure l'exacte isotropie du résultat. En outre, sur les surfaces régulières, ce calcul de débit isotrope permet de définir rigoureusement la convexité de la surface, le gradient de ce débit étant égal à l'unité sur le plan, inférieur sur les surfaces concaves, et supérieur sur les surfaces convexes.



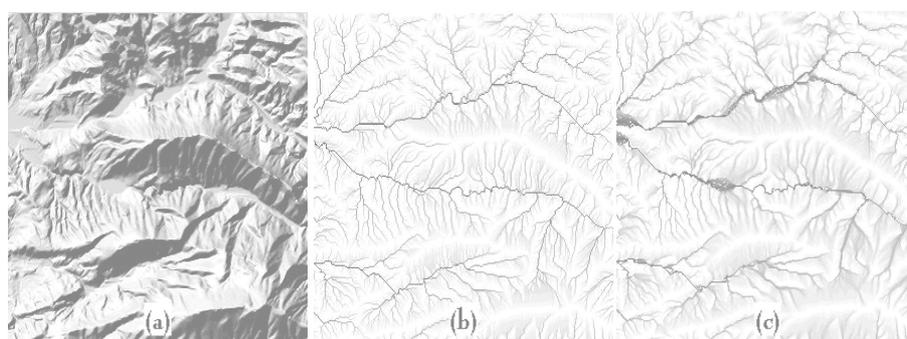
**Figure 3.64.** Surfaces drainées calculées sur une calotte sphérique : (a) flux selon la direction de plus grande pente, (b) méthode de Fairfield, (c) méthode de Rieger, (d) méthode de Freeman, (e) méthode de Jamet, (f) résultat théoriquement attendu, (g) effets légèrement anisotropes sur des surfaces symétriques non-circulaires avec la méthode de Freeman. (h) montre sur la même surface que (g) le résultat de la méthode de Jamet

#### *Extraction des thalwegs*

Dans toutes les méthodes précédentes, le résultat de la phase d'accumulation des surfaces (ou de calcul du débit) conduit à une carte superposable au MNT sur laquelle les thalwegs recherchés correspondent aux extrema locaux orthogonalement à la pente calculée sur le MNT.

Trois types de techniques sont utilisés. La première s'appuie sur des techniques classiques de traitement d'image. Considérant que l'image des surfaces drainées (ou des débits) est suffisamment contrastée (ou peut le devenir après application d'un traitement de squelettisation numérique), la carte

maillée binaire des thalwegs est obtenue par simple seuillage des surfaces, paramétrée par une valeur minimale correspondant à la taille minimale du bassin-versant pouvant alimenter un drain. Une représentation vecteur du réseau s'en déduit par une technique classique de vectorisation, précédée d'une squelettisation binaire [LER 92]. Cette méthode reste plus appropriée aux approches par arbre d'écoulement, dans la mesure où seules celles-ci garantissent que la surface reste strictement croissante de l'amont à l'aval d'un drain (et donc que le seuillage ne pourra pas rompre leur connexité).

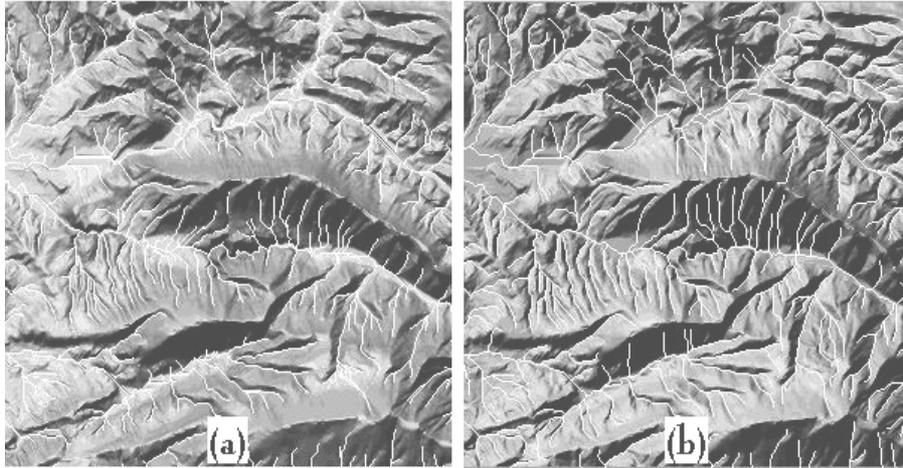


**Figure 3.65.** Surfaces drainées calculées sur un MNT : (a) MNT (ombré), (b) algorithme de plus grande pente, (c) algorithme de Jamet

La seconde utilise un arbre d'écoulement tel qu'il a été défini au 3.1, et reste donc également plus adaptée à la famille de méthodes correspondante. L'arbre d'écoulement est une structure vecteur chaînant l'ensemble des pixels du MNT. L'extraction du réseau des thalwegs consiste donc simplement à sélectionner un sous-arbre de l'arbre d'écoulement [LER 92]. Le critère de sélection sera de la même manière que précédemment un simple seuillage de la surface drainée (avec la même garantie de cohérence topologique).

La troisième construit la représentation vecteur des thalwegs de manière récursive, en commençant par les drains de plus fort débit. Sauf cas exceptionnel, tout thalweg débouche soit dans un autre thalweg, soit en bords de la zone traitée. On peut donc recenser les points de sortie des thalwegs en inventoriant les extrema locaux de la surface drainée en bord de MNT, puis remonter les thalwegs par poursuite de cet extremum local vers l'amont (jusqu'à ce que la surface drainée descende en dessous d'une valeur de seuil). Récursivement, de nouveaux points de départ peuvent être détectés le long de chaque thalweg, en recherchant les extrema locaux du gradient de la surface drainée, qui correspondent à la jonction d'un affluent [RIE 92].

Dans tous les cas, les détections obtenues peuvent contenir des artefacts. Les drains trop courts sont donc soit ignorés [RIE 92], soit éliminés à posteriori par suppression des arcs trop courts dans le réseau obtenu ou par ébarbulage morphologique.



**Figure 3.66.** *Thalwegs extraits par la méthode de plus grande pente (a) et par la méthode de Jamet (b) superposés sur un MNT ombré*

### 3.6.3.2. *Prise en compte des artefacts du MNT*

Les méthodes décrites précédemment supposent d'une part, qu'en dehors des cuvettes naturelles du terrain et des bords du site traité, tout point du MNT possède au moins un voisin d'altitude inférieure, et d'autre part que la direction de la pente du terrain est partout définie. Cette dernière condition étant équivalente à l'absence de zone strictement horizontale, on peut parler d'hypothèse de croissance stricte du MNT entre ses sommets et les débouchés naturels des thalwegs.

Cette hypothèse n'est jamais vérifiée. Le pas d'échantillonnage des données limite en effet les possibilités de représentation des formes présentes sur la surface, et en particulier des vallées encaissées : ainsi, le long d'un thalweg traversant une vallée dont la largeur se rétrécit jusqu'à une dimension commensurable avec le pas d'échantillonnage, l'altitude ne pourra varier de façon monotone et l'on observera, sur le MNT, un minimum local d'altitude en amont de l'encaissement. De même, le pas de quantification en altitude fixe une borne inférieure aux pentes représentables sur le MNT : toute zone de pente plus faible apparaîtra comme une zone strictement horizontale.

À ces effets contingents à la représentation discrète des données peuvent s'ajouter des effets particuliers à la source utilisée : bruit d'acquisition sur des données brutes générant des minima locaux de l'altitude, défauts d'interpolation (par exemple, création de zones horizontales par manque d'information dans l'interpolation de courbes de niveau), prise en compte dans la représentation d'éléments n'appartenant pas à la surface topographique (par exemple, la végétation, pour les MNT issus d'appariement automatique d'images, qui peut faire obstruction à un thalweg)...

Pour palier ces artefacts, on suppose d'une part que le terrain ne comporte pas de zone strictement horizontale – leur traitement consistera alors à inférer le sens de l'écoulement à partir de leur environnement –, et d'autre part que seules les cuvettes importantes sont significatives – cette notion est précisée plus loin.

Face à ces problèmes, certains auteurs ont proposé des solutions fondées sur des techniques locales : ces approches reviennent à donner une inertie à l'écoulement, qui lui permettra de franchir les zones de pente nulle, voire de remonter la pente pour sortir des cuvettes artificielles (voir par exemple [RIA 92] dans le cas des méthodes par cheminement, ou, dans le cas des méthodes par accumulation). Ces méthodes ne permettent pas un contrôle efficace de la forme des thalwegs restitués. Dans la suite, nous nous limitons donc aux méthodes fondées sur une analyse plus large des formes du relief.

#### 3.6.3.2.1. Traitement des zones horizontales

Les zones horizontales peuvent être résolues de deux manières, soit que l'on considère les écoulements comme indéterminés sur leur étendue, soit que l'on veuille les définir.

Dans le premier cas, les zones horizontales sont traitées comme des lacs, alimentés en amont par les pixels voisins de leur frontière d'altitude supérieure (qu'on appellera point d'entrée), et débouchant sur les pixels voisins d'altitude inférieure (qu'on appellera points de sortie). Sur un plan pratique, cette option revient à calculer la relation d'écoulement non plus sur la topologie de voisinage usuelle induite par la maille du MNT (4 ou 8 connexe), mais sur une topologie plus élaborée, dans laquelle les nœuds peuvent être aussi bien des points (les pixels) que des surfaces (les zones horizontales) – tandis que les relations de voisinage restent les relations induites par la géométrie.

En fin du processus d'extraction des thalwegs, les zones horizontales incluses dans le tracé peuvent être remplacées par des arcs, dont la géométrie peut être calculée, par exemple, par squelettisation de ces surfaces.

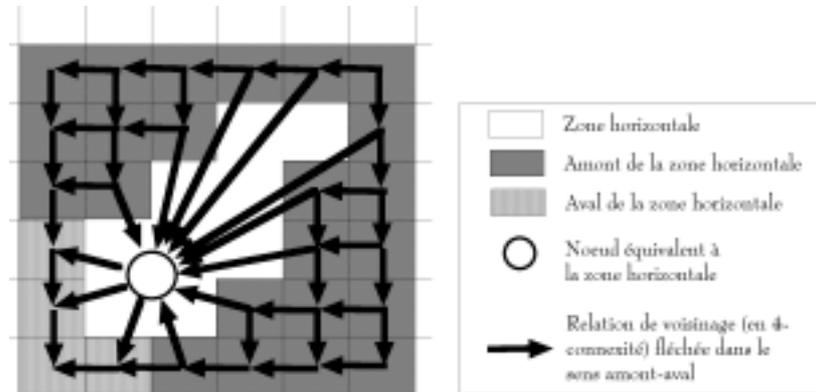


Figure 3.67. Topologie d'écoulement induite par une surface plane

Dans le second cas, le choix du sens des écoulements sur les zones horizontales est subordonné à leur forme et à leur environnement. La technique la plus sommaire consiste à forcer les sens d'écoulement des points d'entrée vers les points de sortie. Pour ce faire, on peut par exemple considérer qu'un pixel de la zone plate est amont d'un de ses voisins si et seulement si sa distance au point de sortie le plus proche est supérieure à celle de ce voisin. La distance employée peut être une distance discrète, calculée par dilatation de la frontière de sortie contrainte par l'emprise de la zone horizontale. Cette approche peut être complétée d'une prise en compte de la forme de la zone : considérant que le thalweg (non observable sur le MNT) doit passer au centre de la zone, on peut, par exemple, subordonner les directions d'écoulement à l'ensemble de la frontière de la zone, c'est-à-dire à la fois à la distance aux points de sortie et à la distance aux points d'entrée. Cette dernière option présente l'avantage d'être également valide si la zone horizontale ne possède pas de point de sortie.

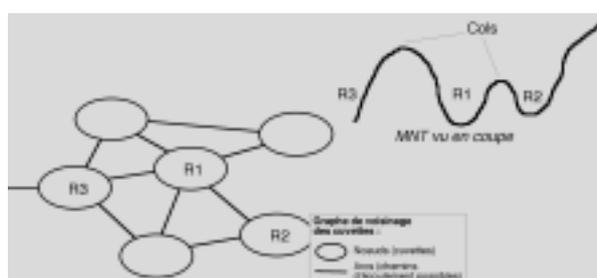
Ces types de calculs reviennent à affecter une valeur numérique à chaque pixel de la zone horizontale, qui peut être choisie de façon à respecter la propriété de croissance stricte voulue sur le MNT. Ce jeu de valeurs peut alors être assimilé à la partie décimale des altitudes dans les calculs de pente.

#### 3.6.3.2.2. Traitement des cuvettes

On désigne sous le terme de cuvette les bassins-versants des minima locaux du MNT, qui dans la plupart des cas correspondent à des artefacts. La correction de ces artefacts consiste à rechercher un ou des points de sortie à la frontière de ces bassins-versants, et à forcer l'écoulement du minimum local vers ces points de sortie (et donc dans le sens contraire de la pente).

La position adoptée par la plupart des auteurs consiste à minimiser l'incohérence de l'écoulement, c'est-à-dire à rechercher les points de sortie dont la hauteur au-dessus du minimum local est la plus faible possible. Toutes les cuvettes n'étant pas nécessairement des artefacts, ce traitement sera généralement contrôlé par un seuil sur cette hauteur – ou dénivelée –, les cuvettes dont la dénivelée de sortie est supérieure au seuil étant conservées (c'est-à-dire considérées comme significatives).

La recherche des points de sortie d'une cuvette ne peut toutefois pas être effectuée indépendamment de son environnement : dans les situations complexes, où de nombreuses cuvettes sont voisines les unes des autres, la détermination locale des points de sortie peut conduire à la simple fusion de cuvettes voisines formant une nouvelle cuvette de plus grande taille. Si ce traitement reste envisageable en l'appliquant de façon récursive jusqu'à disparition de toutes les cuvettes non significatives, il peut être très coûteux. On a donc avantage à formuler le problème de la résolution des cuvettes comme une recherche de minimum global à l'ensemble du site traité. Une solution économique – parce qu'elle donne lieu à un algorithme de faible complexité – consiste à définir le coût total de la résolution des cuvettes comme la somme des dénivelées à franchir dans le sens inverse de la pente. En effet, la somme des altitudes des minima locaux étant une constante du problème, la minimisation de la somme des dénivelées est équivalente à la minimisation de la somme des altitudes des points de sortie choisis. Le choix des points de sortie est ainsi indépendant du sens de l'écoulement, et peut s'opérer par simple recherche de l'arbre de poids minimal dans le graphe dual des frontières des cuvettes, où chaque arc est évalué par l'altitude minimale de la frontière correspondante, c'est-à-dire l'altitude du col le plus bas existant entre chaque paire de cuvettes voisines. Le sens de l'écoulement peut alors être calculé récursivement dans l'arbre obtenu, à partir des points de sortie connus (bords du site ou cuvettes significatives).



**Figure 3.68.** Recherche de l'exutoire d'un bassin : le simple choix de la cuvette la plus basse conduit à fusionner R1 et R2 sans leur donner d'exutoire. Une recherche globale doit être effectuée dans le graphe de voisinage du bassin

Une fois les points de sortie choisis, comme dans le cas des zones horizontales, le traitement des cuvettes peut donner lieu à une simple modification topologique ou à un traitement géométrique du MNT

Parmi les traitements topologiques, les deux techniques les plus évidentes consistent soit à ajouter une relation d'écoulement entre le minimum local de chaque cuvette et son col de sortie – avec l'inconvénient de produire en fin de traitement des thalwegs non connexes –, soit à inverser le sens de l'écoulement sur les pixels menant du minimum local au col de sortie suivant la plus grande pente] [FAI 92]. Cette dernière technique ne peut toutefois être employée que dans le cas des calculs d'accumulation sur arbre d'écoulement : l'inversion du sens sur un seul chemin crée en effet des cycles sur le graphe d'écoulement, et ne permet donc plus d'employer certaines techniques.

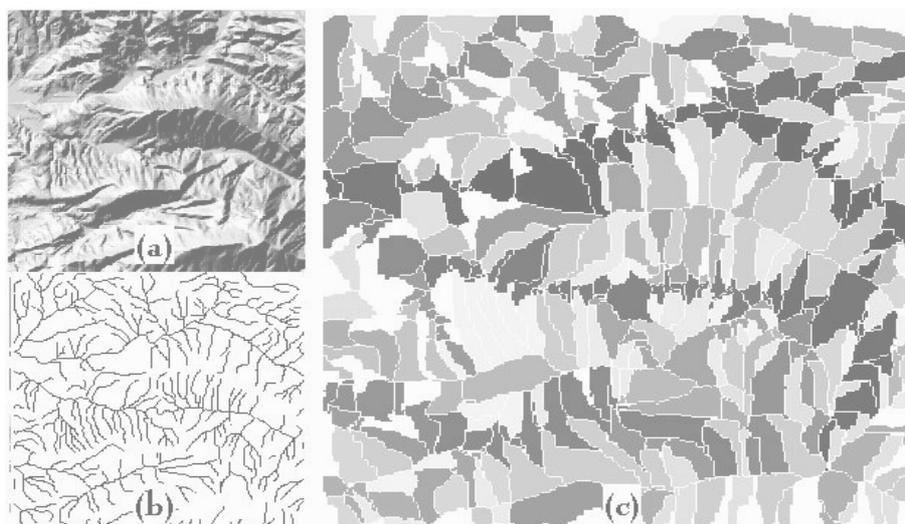
Le traitement géométrique le plus courant consiste quant à lui à modifier la géométrie du MNT pour construire un chemin de sortie d'altitude constante par recherche d'un pixel d'altitude inférieure au minimum local en aval du col de sortie par arasement du MNT sur le chemin de plus grande pente reliant ces deux pixels [RIE 92]. Cette dernière solution est la plus adaptée dans le cas des techniques d'accumulation sur l'intégralité du graphe d'écoulement.

Notons enfin que l'ordre de traitement des zones horizontales et des cuvettes n'est pas indifférent : le traitement des cuvettes conduisant à une modification des écoulements sur le MNT doit évidemment être appliqué avant le traitement des zones horizontales.

### 3.6.3.3. *Résultats annexes*

Les méthodes présentées dans cette section présentent l'avantage de donner accès à une description de la topographie plus riche que le simple réseau des thalwegs. Le calcul des zones horizontales et des cuvettes, comprises comme des artefacts du MNT, fournit un indicateur de sa qualité. Le calcul des surfaces drainées offre une hiérarchisation naturelle du réseau des thalwegs, qui peut s'avérer utile dans de nombreuses applications (par exemple, pour la généralisation du relief). La matérialisation des écoulements sur l'ensemble de la surface permet le calcul direct des bassins-versants associés à chaque thalweg ou à chaque portion de thalweg (par exemple, par simple étiquetage de ses pixels amont dans l'arbre d'écoulement). Cette décomposition de la surface est largement utilisée, en particulier pour la modélisation physique des phénomènes de crue [MOO 91], mais aussi pour la généralisation cartographique [MON 96]. Enfin, le réseau des crêtes, sous-ensemble des frontières des bassins-versants, est également accessible par ce type de technique, soit que l'on adapte les algorithmes d'accumulation pour calculer une fonction d'appartenance aux bassins-versants sur le même mode que le calcul des

surfaces drainées, soit que l'on utilise directement les bassins-versants calculés pour en extraire les frontières par des techniques de vectorisation.



**Figure 3.69.** Ligne de partage des eaux extraite par méthode des écoulements : (a) MNT (ombré) ; (b) réseau de thalwegs ; (c) lignes de partage (représentation en plages de gris, limites en blanc)

#### 3.6.4. Extraction de thalwegs à partir de propriétés locales

Cette famille de méthodes a été historiquement la première à être mise en œuvre [HAR 83]. Pour cet algorithme et ceux qui ont suivi, la démarche commune est de rechercher sur chaque pixel du MNT, indépendamment des résultats sur les pixels voisins, si le point courant vérifie une certaine relation avec son environnement ; auquel cas, il reçoit alors un label qui l'identifie comme point de crête ou de thalweg. Seules quelques méthodes, considérées comme représentatives de l'ensemble seront présentées ci-après.

##### 3.6.4.1. Par analyse de la représentation discrète

La surface est ici analysée de manière discrète. La méthode de Kim [KIM 85] est la plus souvent évoquée. L'algorithme procède par balayage du MNT selon X et Y afin d'identifier les formes géomorphologiques élémentaires.

Avec cette méthode, l'algorithme balaye le MNT de gauche à droite, puis de haut en bas. Durant le balayage, des caractères sont affectés à des pixels (du MNT) successifs en fonction de la nature de la pente qui se trouve entre eux. Un

seuil des différences d'altitude est appliqué pour définir les surfaces horizontales. Les transitions entre points sont qualifiées suivant les règles suivantes :

- le passage d'un point à un autre point plus haut est représenté par exemple par le caractère « + » ;
- le passage d'un point à un autre point plus bas est représenté par le caractère « - » ;
- le passage sans changement de niveau d'un point à un autre point plus haut est représenté par le caractère « = ».

L'interprétation des formes des modèles (images constituées par les trois caractères +, - et =) issus des deux balayages permettent d'obtenir une première analyse, suivant le profil de balayage, de la morphologie locale du terrain. L'analyse s'appuie sur les successions des caractères de pente « + », « - », « = ». Par exemple, si un « - », est suivi d'un « + », cela indique la présence d'un thalweg encaissé, tandis que plusieurs « - » suivis par plusieurs « = » suivis à leur tour par un ou plusieurs « + » pourraient signifier un fond de vallée large ou le fond plat d'un bassin.

La superposition des deux modèles de balayage, dans le sens longitudinal et transversal, permet en croisant les deux informations de déduire les caractères de la morphologie locale dans les deux dimensions.

Le modèle ainsi obtenu permet, après un filtrage *ad hoc*, de récupérer les éléments du réseau de lignes caractéristiques principales.

Dans certains cas, les formes ne sont pas très nettes, en particulier dans les zones plates. En outre, la connexion du réseau n'est pas toujours satisfaisante, un certain nombre de segments restant isolés.

#### 3.6.4.2. *Par analyse d'une représentation continue*

La surface est ici supposée continue, ou continue par morceaux de façon à disposer d'une expression analytique de la surface. La fonction représentative de l'altitude doit permettre de rendre compte des différentes discontinuités liées au terrain :

- talus, falaises directement liés à l'altitude ;
- lignes de rupture de pente (concavité, convexité) ;
- lignes de rupture de courbure. Sur des voisinages de taille donnée, la continuité de la pente peut être obtenue par jonction d'arcs de paraboles et celle de la courbure par l'utilisation d'arcs de cubique. Plusieurs méthodes ont exploré cette possibilité ; Haralick [HAR 83] fait l'analyse à l'aide d'un modèle utilisant

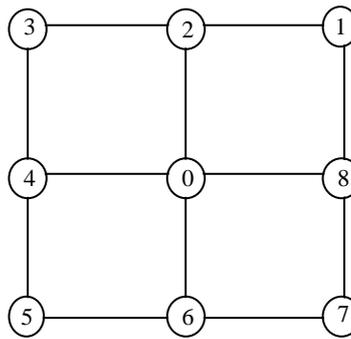
des fonctions bi-cubiques. La méthode qui va être présentée [DUF 88] s'appuie sur l'hypothèse que le terrain peut être modélisé à l'aide d'un développement de Taylor, qui sera ici limité à l'ordre 2, permettant de décrire un nombre suffisamment grand de phénomènes.

$$Z = H(x, y) = H_0 + ax + by + \frac{1}{2}(cx^2 + 2dxy + ey^2) + \varepsilon$$

où  $x = X - X_0$  et  $y = Y - Y_0$  sont petits.

Les formules de détermination des coefficients du polynôme dépendent du maillage choisi. La configuration carrée sera ici utilisée et les coefficients, calculés par la méthode des moindres carrés s'expriment de la manière suivante [DUP 89] :

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{5H_0}{9} + \frac{2}{9}(H_2 + H_4 + H_6 + H_8) - \frac{1}{9}(H_1 + H_3 + H_5 + H_7) \\ a &= \frac{1}{6}(H_1 + H_7 + H_8 - H_3 - H_4 - H_5) \\ b &= \frac{1}{6}(H_1 + H_2 + H_3 - H_5 - H_6 - H_7) \\ c &= \frac{1}{3}(H_8 + H_4) - \frac{2}{3}(H_2 + H_6) + \frac{1}{3}\left(H_1 + H_3 + H_5 + H_7 - \frac{2}{3}H_0\right) \\ d &= \frac{1}{4}(H_1 + H_5 - H_3 - H_7) \\ e &= \frac{1}{3}(H_2 + H_6) - \frac{2}{3}(H_8 + H_4) + \frac{1}{3}\left(H_1 + H_3 + H_5 + H_7 - \frac{2}{3}H_0\right) \end{aligned}$$



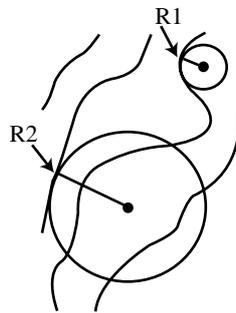
**Figure 3.70.** Numérotation par défaut des points du voisinage, d'altitude  $H_0, H_1 \dots H_8$

La courbure horizontale est une variable très intéressante faisant intervenir toutes les dérivées premières et secondes de la fonction altitude. Elle prend des

valeurs très fortes et négatives dans les thalwegs, reste faible dans les versants réguliers et devient très forte et positive le long des crêtes.

La courbure horizontale des courbes de niveau s'exprime alors en fonction des coefficients ci-dessus et vaut :

$$\Gamma_N = \frac{2abd - cb^2 - ea^2}{(a^2 + b^2)^{3/2}}$$

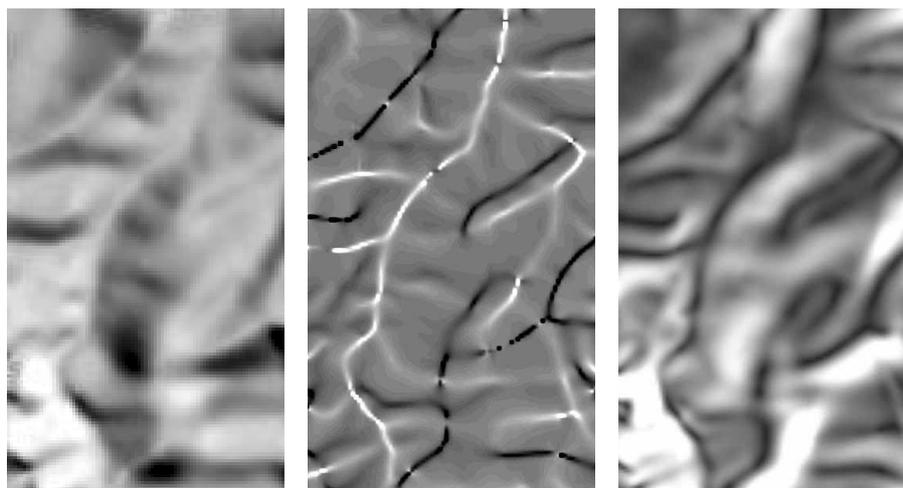


**Figure 3.71.** Rayons de courbure  $R=1/\Gamma_N$  en deux points du terrain



**Figure 3.72.** Représentation de  $\Gamma_N$  en niveaux de gris avec les courbes de niveau superposées

Le même principe est applicable aux calculs de tous types de variable géomorphométrique s'exprimant en fonction des dérivées de la fonction altitude : pente, courbure des lignes de niveau, courbure des lignes de pente, laplacien, courbure moyenne quadratique, courbure totale...



**Figure 3.73.** À gauche, ombrage de la surface avec un éclairage au NW ; au centre, représentation de la courbure horizontale des courbes de niveau ; à droite, représentation de la pente pour la même surface

#### 3.6.4.3. Synthèse

La recherche des points des lignes caractéristiques indépendamment les uns des autres élude la notion même de ligne caractéristique. Si le mode saisie et la densité sont appropriés, alors ces méthodes peuvent fournir à posteriori les lignes recherchées. Cependant, pour l'essentiel, le réseau extrait est non-connecté avec parfois des segments d'épaisseur non négligeable. Même s'ils sont très robustes, ces algorithmes ne parviennent que très rarement à restituer complètement la logique d'un réseau hydrographique. Les points identifiés forment souvent des segments dispersés, donc non connectés, et d'épaisseur variable.

Des méthodes mixtes ont également été mises sur pied. Ainsi, l'algorithme d'Ichoku procède par combinaison des algorithmes de Kim et Riazanoff et donne en résultat un réseau hiérarchisé et raisonnablement connecté. Les cuvettes sont éliminées selon le principe de l'inversion du sens du drainage. Bien que la connexion générale du réseau soit supérieure aux deux méthodes de base utilisées, quelques réseaux parasites subsistent.

### 3.6.5. Des domaines applicatifs nombreux

Les exemples qui suivent ne prétendent aucunement à l'exhaustivité. Ils sont simplement mentionnés pour montrer que des applications variées peuvent être bâties sur les données produites par les méthodes vues ci-dessus. Certaines ne nécessitent pas la connexion des segments qui composent le réseau. La maîtrise de la représentation du réseau des lignes caractéristiques est à la base de mesures diverses sur le bassin versant, ce dernier pouvant être considéré comme une entité géographique sur laquelle l'ensemble des entrées d'eau, constituées par les précipitations, se partage, s'organise pour aboutir à un exutoire unique en sortie de bassin.

#### 3.6.5.1. La hiérarchisation d'un réseau hydrographique

Les réseaux de thalwegs produits par les différentes méthodes peuvent permettre aux hydrologues de bâtir une classification hiérarchique des segments composant le réseau détecté. Deux méthodes parmi toutes celles possibles sont rappelées ici.

La première mise en œuvre par Razianoff est introduite par Shreve [SHR 67]. Un segment est une partie du réseau allant d'un point source à une confluence, ou d'une confluence à une autre confluence. Chaque segment possède une valeur hiérarchique qui est la somme des valeurs hiérarchiques des segments immédiatement en amont, les segments les plus en amont (issus d'une source) recevant la valeur hiérarchique 1.

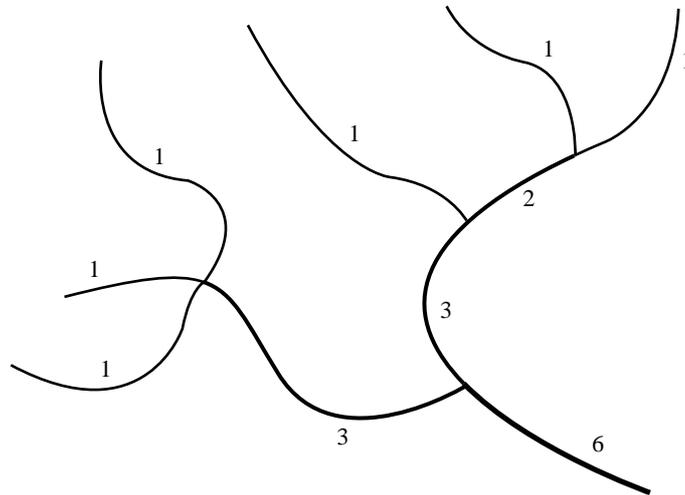
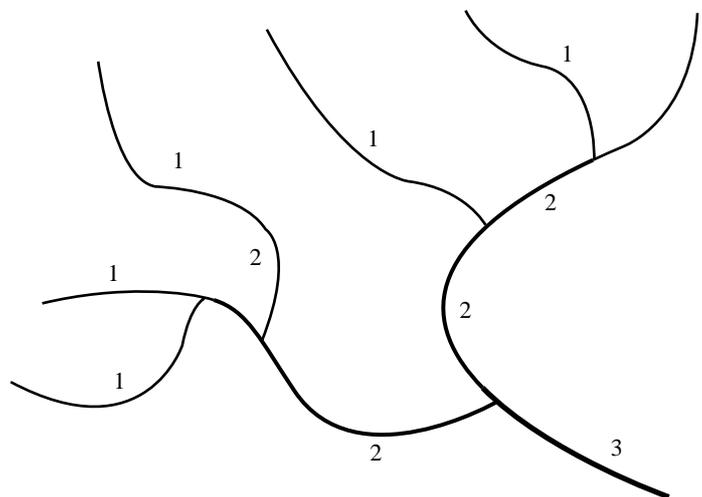


Figure 3.74. Exemple de réseau dans la classification de Shreve

Une seconde méthode, due à Horton [HOR 32], améliorée ultérieurement, établit la hiérarchie de la manière suivante :

- les cours n’ayant pas encore reçu d’affluent sont dits d’ordre 1 ;
- les cours d’eau ayant reçu au moins un cours d’eau d’ordre 1, donc 2 cours d’eau d’ordre 1 sont dits d’ordre 2 ;
- les cours d’eau ayant reçu au moins un cours d’eau d’ordre 2, donc 2 cours d’eau d’ordre 2 sont dits d’ordre 3 ;
- etc.

L’ordre final du cours exutoire d’un bassin versant est une valeur comparable d’un bassin à l’autre, à condition qu’elles résultent de relevé de même échelle.



**Figure 3.75.** Exemple de réseau dans la classification de Horton

Il est alors possible à l'utilisateur d'établir des relations de comparaison entre l'ordre, la désignation du cours d'eau et la superficie des bassins versants. Par exemple, la dénomination « grande rivière » sera réservée aux segments d'ordre 7 et 8, avec des bassins versants associés d'une superficie comprise entre 10 000 et 100 000 km<sup>2</sup>.

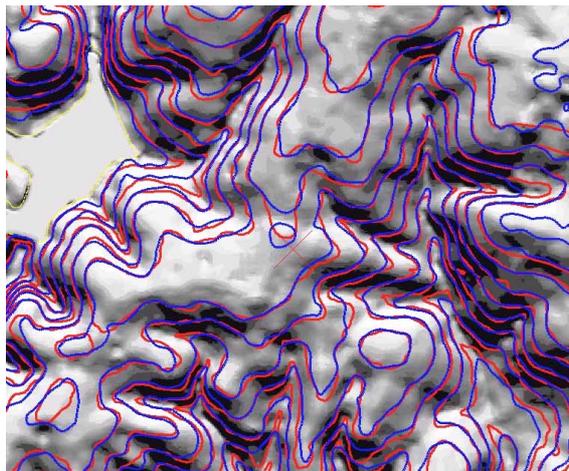
À l'aide de cette hiérarchisation des réseaux, l'utilisateur peut également effectuer des seuillages sur l'ordre des segments afin de limiter certaines parties du réseau de drainage.

### 3.6.5.2. Le lissage cartographique

Malgré toutes les précautions prises, le MNT filtré présente des formes de terrain plus molles par rapport à ce qu'elles devraient être. Pour limiter la détérioration des formes de terrain, on met donc en place un processus de lissage cartographique dont la particularité est de déterminer d'une façon aussi automatique que possible les zones du MNT qui correspondent à des lignes caractéristiques du terrain.

Le programme mis au point calcule un modèle numérique de courbure horizontale dans le MNT (pour effectuer une classification en cinq domaines) aux propriétés géomorphométriques homogènes décrivant depuis les zones fortement convexes (crêtes) jusqu'aux zones fortement concaves (thalwegs).

Des paramètres de lissage adaptés peuvent alors être appliqués de façon uniforme sur chacune de ses zones pour obtenir des courbes niveau lisses mais qui préservent une bonne description des formes de terrain.



**Figure 3.76.** Comparaison de courbes de niveau restituées manuellement et lissées cartographiquement (voir aussi cahier couleur)

### 3.6.5.3. Délimitation automatique des bassins versants

Composante indispensable à la gestion rationnelle des données numériques dans les SIG, la limite des bassins versants a été longtemps numérisée manuellement avant d'être incorporée numériquement. Les premières recherches en automatisation remontent aux années 1975. L'une des premières méthodes

[COL 75] propose de ranger tous les points du MNT par ordre croissant d'altitude. Le point le plus bas est un exutoire du bassin versant ; si le second point le plus bas ne lui est pas connexe, c'est donc qu'il appartient à un autre bassin. Les résultats fournis sont bons mais sont instables avec un MNT réel où les objets en sur-sol, les zones planes et les irrégularités des profils des thalwegs déstabilisent la procédure de détection.

Depuis, de nombreuses méthodes ont été étudiées, cherchant à extraire du MNT les points présentant la propriété d'appartenance à une ligne de crête. Les différentes stratégies mises en œuvre pour rendre les ensembles de points connexes et d'épaisseur unitaire ont le plus souvent échoué sur le caractère discontinu des lignes obtenues et le problème des minima locaux. L'assimilation des lignes de crêtes principales et secondaires dans des méthodes de détection non hiérarchique pose le problème d'identification des véritables lignes de partage des eaux. La théorie de la morphologie mathématique a constitué un apport efficace et original à ce type d'étude en permettant de mettre au point une méthode automatique de délimitation des bassins versants [SOI 88].

#### 3.6.5.4. *Édition manuelle de MNT*

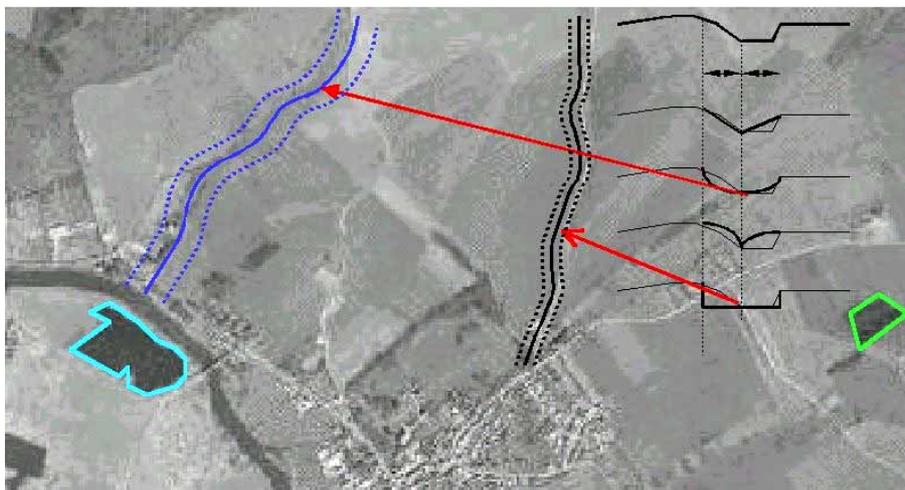
L'extraction des lignes caractéristiques telle qu'elle vient d'être présentée est souvent perturbée dans la pratique par la présence de micro reliefs, artefacts de calcul, tels que petites crêtes, cols ou cuvettes aberrantes, sans réalité physique.

L'élimination de ces anomalies topographiques peut se faire en remplaçant la suite des cotes, dans le thalweg considéré, par une nouvelle série de cotes, obtenues par une diminution contrôlée de leurs valeurs. Cela est facile mais pose le problème de la modification des autres altitudes au voisinage du thalweg. L'étape de correction manuelle interactive s'avère pour l'instant toujours indispensable. De sa durée dépend l'opportunité économique de faire ces corrections manuellement. Au mieux, trois éditeurs de MNT sont accessibles dans certains logiciels :

- un éditeur ponctuel, destiné à ne modifier qu'une seule altitude à la fois (rarement utilisé) ;
- un éditeur linéaire grâce auquel l'opérateur indique interactivement un axe 2D ou 3D avec une distance d'influence choisie par l'opérateur. À l'intérieur de la zone concernée, les altitudes sont rééchantillonnées suivant des hypothèses faites sur le profil de terrain souhaité perpendiculairement à l'axe indiqué par l'opérateur (profil en U, en V, linéaire, bulldozer...). Cet éditeur est utile pour supprimer les empreintes altimétriques des haies dans le MNT ou lorsque des lignes caractéristiques et/ou un réseau hydrographique sont disponibles ;

– un éditeur surfacique qui permet à l'opérateur de sélectionner un traitement à appliquer à des altitudes situées à l'intérieur d'un polygone : rééchantillonnages divers, mise à un niveau constant, application d'un biais, filtrage paramétrable du sursol...

Les opérations de correction manuelles sont d'autant plus courtes et efficaces que le MNT est de bonne qualité. À ce stade, malgré tout, l'utilisateur ne sera pas à l'abri de quelques anomalies topographiques telles que le thalweg perché en zone convexe, la crête enclavée en zone concave ou le delta d'un fleuve dans lequel le ruissellement passe de zones convergentes à des zones divergentes.



**Figure 3.77.** En bleu foncé et noir : exemple d'objets linéaires pouvant donner lieu à mise à jour du profil du terrain dans le MNT parmi les quatre possibilités et de la distance d'interpolation ( $D$ ) à l'axe de l'objet : interpolation uniforme, en U, en V ou en en bulldozer. Des traitements surfaciques peuvent être appliqués systématiquement à des objets connus par leur périmètre : une surface hydrographique (bleu clair) peut être rendue d'altitude rigoureuse constante, un bois peut se voir appliquer un biais correspondant à la hauteur moyenne des arbres (voir aussi cahier couleur).

#### 3.6.5.5. Vers une partition du terrain en zones homogènes ?

Les différentes définitions adoptées conduisent à une partition du domaine en bassin de réception qui est tout à fait rigoureuse mais doit être complétée pour réaliser une séparation en domaines morphologiquement homogènes.

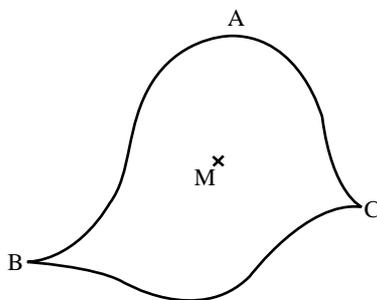
La décomposition du terrain en zones homogènes sous forme de triangles curvilignes est envisageable. Elle représente tout à la fois une finalité pour le topographe et une piste vers une généralisation rationnelle du relief. La jonction entre deux triangles voisins s'effectue le long d'une courbe sinueuse correspondant en général à des singularités de la fonction altitude. Un tel modèle est séduisant car il incorpore sans difficultés des situations topographiques délicates telles que :

- les vallées peu inclinées à cours sinueux ;
- les côtes rocheuses dentelées ;

qui nécessitent une décomposition du domaine en de très nombreuses facettes.

Chaque triangle curviligne comporte une représentation paramétrique avec un nombre limité de paramètres (par exemple : 30 coefficients pour un système paramétrique de type cubique). La valeur prise par ces fonctions en bordure de zones permettent de retrouver le caractère curviligne des lignes de séparation.

Dans le domaine curviligne (ABC), X, Y et H sont représentées par des fonctions cubiques des coordonnées barycentriques du triangle ABC. Les fonctions cubiques  $X(\alpha, \beta, \gamma)$ ,  $Y(\alpha, \beta, \gamma)$ ,  $H(\alpha, \beta, \gamma)$  comportent chacune dix paramètres indépendants qui peuvent être définis par les valeurs de (X, Y, H) aux trois sommets, ainsi qu'en deux points sur chaque côté curviligne et un point central.



**Figure 3.78.** *Domaine curviligne ABC*

$$\alpha = \frac{\text{aire}(MBC)}{\text{aire}(ABC)} \quad \beta = \frac{\text{aire}(MAC)}{\text{aire}(ABC)} \quad \gamma = \frac{\text{aire}(MBA)}{\text{aire}(ABC)} \quad \text{et} \quad \alpha + \beta + \gamma = 1$$

Les lignes de séparation sont à chercher en priorité là où se localisent d'évidentes discontinuités :

- de la fonction altitude (talus, falaise) ;
- de la dérivée de la pente (crête dissymétrique, thalweg encaissé) ;
- de la courbure (rupture de pente).

L'exploitation pratique d'un tel modèle représente diverses difficultés dont le problème majeur est la détermination automatique fiable des lignes de séparation des zones homogènes. Il faut s'appuyer sur les altitudes, les pentes ou les courbures, mais le problème reste ouvert.

#### 3.6.5.6. *Approche complémentaire*

L'extraction automatisée des réseaux de lignes caractéristiques est bien entendu une manière privilégiée de connaître la surface du terrain qui vient en complément d'autres approches, un exemple étant présenté ci-après. La détermination des surfaces enveloppes [CAR 95]. Une surface enveloppe est un modèle généraliste, schématique et théorique du relief qui permet de retrouver, dans certains cas, les grandes lignes d'un état de maturité du relief et d'aborder l'analyse des rapports entre les topographies actuelle et ancienne. La surface enveloppe s'appuie sur les points hauts du relief d'une région, comme pour éliminer les irrégularités de la surface topographique provenant de l'érosion linéaire des cours d'eau. Des indicateurs d'épaisseurs de surface érodés ou érodables peuvent être déduits des différences entre MNT et la surface enveloppe pour fournir des éléments utiles à l'estimation des bilans d'érosion. La détection automatique des points sommitaux est donc considérée ici comme un outil servant à l'élaboration d'une représentation numérique des surfaces enveloppes en donnant les points de passage. Elle est ensuite suivie d'une phase de construction de la surface. La pratique montre que l'automatisation de cette détermination se justifie lorsque le pas du MNT est suffisamment adapté au terrain. La connaissance simultanée des réseaux de thalwegs et des surfaces enveloppes permet de déterminer les défauts du réseau de thalwegs par rapport à la surface enveloppe sommitale (direction du réseau de thalwegs non conformes aux lignes de plus grande pente de la surface enveloppe...).

### **3.7. De l'image aérienne brute à l'orthophotographie : différents niveaux de rectification<sup>11</sup>**

#### **3.7.1. Introduction**

Le principe même d'une prise de vues, qui pour les spécialistes signifie une perspective « conique », implique qu'une image photographique n'est

---

11. Cette section a été rédigée par Michel KASSER et Laurent POLIDORI.

généralement pas superposable à une carte. Ceci est dû pour partie aux reliefs existants dans l'objet observé, et au fait que même pour un objet qui serait rigoureusement plan, l'axe de visée n'a aucune raison d'être exactement perpendiculaire à ce plan. Depuis très longtemps, des techniques provoquant des déformations contrôlées de photographies ont été développées dans le but de donner à ces images une métrique comparable à celle d'une carte. Ces techniques peuvent se concevoir à des niveaux plus ou moins élaborés, selon la qualité requise. En toute rigueur, une correction parfaite conduit à un produit que l'on a baptisé orthophotographie, mais il existe beaucoup de solutions intermédiaires, que l'on a coutume d'appeler images redressées ou rectifiées. Les paragraphes suivants visent à clarifier les différentes prestations possibles, qui ont des coûts très différents, mais au prix de grandes différences de précision.

### **3.7.2. *Qu'est-ce qu'une orthophotographie ?***

L'orthophotographie est une photographie (généralement aérienne) que l'on a rééchantillonnée pour la rendre superposable en tout point à une carte, et que l'on a éventuellement enrichie de surcharges graphiques. Ces surcharges peuvent être issues soit d'informations externes (limites administratives, toponymes, etc.), soit de l'interprétation de l'image elle-même (afin d'en faciliter la lecture par l'utilisateur : tracé des routes, des contours de bâtiments, etc.). Si on la compare à une cartographie classique, l'orthophotographie s'en distingue par l'absence (qui peut être totale) de toute phase d'interprétation et de dessin. De telles tâches exigent toujours une valeur humaine ajoutée importante, le fait de les court-circuiter permet donc une automatisation quasi totale du processus : c'est par le biais de la considérable diminution de coûts et délais obtenus que l'orthophotographie numérique est devenue un produit de plus en plus courant, susceptible de se substituer complètement à la cartographie traditionnelle.

Le procédé de fabrication implique nécessairement de connaître deux séries de données : les paramètres de prise de vues (orientation du cliché, position spatiale de l'appareil photographique) et le relief (généralement décrit par un MNT, modèle numérique de terrain). Il est donc clair que la précision du produit final dépend directement de la qualité de ces deux séries de données.

Notons ici qu'on sait actuellement obtenir un MNT par corrélation automatique des clichés. Il s'agit même de la seule opération entièrement automatisable en photogrammétrie numérique, et les autres outils qui seront peut-être demain accessibles (suivi automatique des routes, extraction des bâtiments, etc.) nécessitent tous actuellement une supervision de l'opérateur humain.

L'utilisateur parfois n'aura pas besoin d'une qualité cartographique très poussée, il souhaitera seulement une échelle moyenne à peu près constante, par exemple à 1 % près, ce qui n'est parfois pas compatible avec la photo brute mais pourra se faire sans traitements photogrammétriques rigoureux. Par exemple, des logiciels grand public de manipulation d'images (publicité, édition, retouche de photographies d'amateur, etc.) pourront être utilisés de façon adaptée : on recherchera quelques points identifiables de coordonnées connues, et on déformera l'image de façon à l'obliger à respecter leurs positions. Certes, il ne s'agit plus du tout d'une orthophotographie, mais cela peut rendre certains services et sera parfois moins coûteux. Mais il faut se garder d'utiliser la même dénomination : on parlera par exemple d'images redressées ou rectifiées. Le terme d'image « orthorectifiée » ou d'orthophotographie sera alors abusif. Nous utiliserons ici le terme générique d'image « rectifiée » pour toute image qui a subi un traitement qui la déforme géométriquement pour la rapprocher d'une orthophotographie. Cette rectification peut donc se faire à divers niveaux : ainsi, l'orthophotographie représente ce que l'on peut faire de plus poussé en matière de rectification.

Par ailleurs, il faut la plupart du temps de nombreuses photos pour couvrir un chantier donné, ce qui exige un « mosaïquage », c'est-à-dire qu'il faut traiter les raccords entre clichés de façon à ce qu'ils se remarquent le moins possible, tant en termes de géométrie (cassures dans les éléments linéaires) que de radiométrie (différences de niveau de gris, ou de teinte colorée, pour un même objet sur deux clichés adjacents). Pour les aspects géométriques, les considérations précédentes permettent de se faire une idée de la nature des problèmes susceptibles d'être rencontrés. Par contre, pour les aspects radiométriques, les phénomènes physiques à leur origine sont nombreux : traitements photographiques des clichés, différence de quantité de lumière diffusée par un même objet dans différentes directions, images éventuellement acquises à des dates différentes, ou simplement à des instants (et donc des éclaircissements) différents, etc.

Ajoutons encore, pour mémoire, quelques éléments de terminologie employés surtout dans le traitement d'images spatiales :

- on dira qu'une image est « géoréférencée » si on lui associe un modèle géométrique permettant de calculer les coordonnées terrain de chaque point de l'image. Par exemple, une grille de déformations pourra être fournie avec l'image, celle-ci restant brute par ailleurs ;
- une image est dite « géocodée » si elle a déjà été plus ou moins rectifiée (avec pour conséquence une constance d'échelle plus ou moins bonne).

### **3.7.3. Le marché de l'orthophotographie aujourd'hui**

On l'aura compris, tous ces produits photographiques ont en commun de laisser le travail d'interprétation à l'utilisateur final. L'expérience montre d'ailleurs que, si la plupart des usagers de l'information géographique ont en général une difficulté parfois très importante à lire et exploiter une carte, en revanche pratiquement n'importe qui pourra, même sans aucune culture technique, comprendre et interpréter la richesse d'un document photographique. De multiples exemples d'enquêtes cadastrales en Afrique rurale peuvent être fournis à l'appui de cette constatation.

Cette facilité d'emploi en fait un excellent support de communication, voire de négociation, en particulier pour les prises de décision portant sur l'aménagement du territoire (particuliers, élus, administrations diverses, etc.).

Par ailleurs, comme évoqué précédemment, l'élaboration d'images rectifiées est susceptible d'une automatisation très poussée, qui a fait considérablement baisser les coûts de fabrication depuis quelques années. On prévoit même sous peu une possibilité de production entièrement automatique, avec des ordinateurs très courants de type PC. On accèdera ainsi à un produit à peine plus coûteux que l'image d'origine (pour autant bien entendu que le MNT soit disponible), et qui pourra même être orthorectifié pratiquement sans surcoût. Ceci est d'ailleurs de nature à rendre peu utile la production d'images mal rectifiées : on ne gagnera alors plus rien à faire moins bien, en quelque sorte.

Notons encore que les évolutions récentes des PC permettent la manipulation aisée d'images numériques même très volumineuses et nombreuses, de sorte que l'orthophotographie est devenue souvent la couche de base des SIG urbains, la seule que l'on envisage à terme de mettre à jour régulièrement.

Il y a donc un faisceau de raisons pour anticiper un développement majeur du marché de l'orthophotographie numérique, sans forcément qu'il en soit de même pour celui des images imparfaitement rectifiées. Plusieurs pays ont d'ailleurs entrepris, voire terminé une couverture nationale en orthophotographies numériques. En France, l'IGN a fait autant (BD ortho).

### **3.7.4. Les différents niveaux de rectification**

Étant donné que coexistent des produits de qualités métriques aussi hétérogènes que ceux évoqués précédemment, il nous est apparu souhaitable de clarifier les concepts en amont de la terminologie employée, qui n'est d'ailleurs pas consensuelle.

Les critères de qualité qui nous semblent pertinents en la matière sont peu nombreux :

– (a) *précision de la correspondance* entre les coordonnées des objets dans le *système de référence national officiel* et dans l'image rectifiée (si des coordonnées sont mentionnées dans l'habillage du document : carroyage, amorces, etc.) : ainsi, si le système de coordonnées n'est pas assez bien connu (faute de références à la géodésie locale par exemple), les coordonnées que l'utilisateur peut extraire de l'image seront erronées d'une même grandeur, qui peut être importante. Cette erreur n'a, pour certaines applications, aucune importance, mais sera gênante dans d'autres ;

– (b) *stabilité de l'échelle de l'image*, ou plus exactement chiffrage de l'écart d'échelle entre l'image et la carte théorique correspondante (dont l'échelle n'est pas exactement constante selon le système de projection employé). On pourra parler d'une constance d'échelle à 10 % près (traitements grossiers), et jusqu'à 0.01 % (les traitements les plus précis). Ce critère est certainement le plus important de tous. N'oublions pas ici que la précision du MNT (concept par ailleurs délicat à définir avec rigueur) intervient directement dans ce critère : si le MNT est faux, la rectification le sera forcément aussi !

– (c) en relation avec le critère (e) ci-dessous, le critère (b) s'applique-t'il au sol uniquement, ou également aux *objets au-dessus du sol* (le « sursol ») ? Ce point est actuellement important, parce que bien des MNT ne concernent que le sol, et évacuent autant que possible le sursol (immeubles, arbres...) ;

– (d) en matière de qualité visuelle de l'image rectifiée, signalons que tout rééchantillonnage entraînera une certaine dégradation de la netteté des contours. La *qualité visuelle du mosaïquage* comporte plusieurs aspects plus ou moins appréciables : réflexions spéculaires sur les surfaces d'eau (dont la suppression implique parfois un gros travail manuel), équilibrage des teintes sur les raccords (qui exige généralement une intervention humaine pour un bon résultat), etc. ;

– (e) dans le cas des zones urbaines, la *présence de grands bâtiments* crée des difficultés spécifiques impliquant souvent aussi une intervention manuelle (modèle numérique du relief incomplet à cause de zones non vues en stéréo, zones cachées où les images sources ne donnent aucune information, etc.). Dans ce critère, deux aspects techniques importants seront la valeur de la distance focale de la caméra utilisée (plus elle est importante, moins la prise de vues est utilisable pour obtenir le MNT, qu'il faudra pour de longues focales aller chercher « tout fait » ailleurs, mais plus les problèmes de façades de bâtiments seront réduits), ainsi que le recouvrement entre les clichés exploités (si le recouvrement est très important, cela permet de n'utiliser que les zones centrales des clichés, avec, là encore, très peu de problèmes avec les immeubles).

Pour ces deux derniers aspects, les interventions de l'opérateur peuvent être plus ou moins importantes. La qualité finale est assez difficile à spécifier, et elle implique des coûts très variables et parfois majeurs.

Finalement, on pourra aussi se référer à des spécifications de processus actuellement en vigueur dans l'imagerie spatiale. Les niveaux de traitement des images SPOT sont des exemples typiques de ce qui peut être proposé actuellement, en les adaptant au cas de la photographie aérienne :

- niveau 1 : image brute ;
- niveau 2 : image rectifiée en utilisant uniquement les paramètres de prise de vues, mais sans information sur le relief (produit suffisant en zones de plaine pour certaines applications). Un tel produit pourra apparaître lorsqu'on aura la disponibilité d'images numériques dotées de leurs paramètres d'orientation et de localisation ;
- niveau 3 : image rectifiée en utilisant les paramètres de prise de vues et un MNT. Le résultat sera donc une orthophotographie.

Mais actuellement, aucune terminologie n'a été consacrée par l'usage pour distinguer les différentes qualités de traitement. Il serait judicieux que les fournisseurs de produits rectifiés le fassent en documentant systématiquement les points (a) (b) (c) (d) et (e) ci-dessus. Pour le développement de ce secteur d'activités, il n'est en effet pas souhaitable que la confusion actuelle persiste durablement. Par exemple, les critères (b) et (c), pourtant tout à fait essentiels, ne sont à peu près jamais précisés aujourd'hui.

### **3.7.5. Les facteurs intervenant dans la qualité des produits**

Faisons maintenant la synthèse des éléments intervenant dans la qualité finale d'une image rectifiée :

- le MNT peut être obtenu directement à partir de la couverture stéréoscopique exploitée et de la stéréopréparation correspondante. *Critères : précision de la stéréopréparation, qualité de la restitution altimétrique.* Si le MNT est fourni par le client, ou obtenu dans des bases de données externes disponibles, on assiste à une séparation des responsabilités entre le prestataire et le fournisseur du MNT, qui peut aboutir à une déresponsabilisation complète du prestataire ! *Critère : précision des altitudes du MNT ;*
- les paramètres de prise de vues sont, dans tous les processus actuels, des sous-produits inévitables de la partie photogrammétrique du traitement (aérotriangulation). Il n'y a pas matière à en tirer un critère de qualité spécifique. *Critère : les paramètres de prise de vues sont-ils utilisés ou pas ?;*

– la connaissance du système de référence n'est pas un problème simple. Il arrive même dans certaines régions du monde qu'on n'y ait pas accès du tout. Sans aller jusqu'à ce point, il y a là encore un partage de responsabilités entre le prestataire et le fournisseur de points d'appui, susceptible de déresponsabiliser le prestataire. Par ailleurs, l'altimétrie étant généralement référencée sur le géoïde et les coordonnées planimétriques étant purement géométriques (référencées sur un ellipsoïde), une grande confusion règne souvent dans les références altimétriques employées (réseau national de nivellement, mesures GPS, etc.). En outre, les réseaux planimétriques nationaux traditionnels présentent, à l'heure d'un emploi généralisé du GPS, des erreurs importantes et souvent mal connues : on ne peut référencer une image rectifiée dans un tel système sans ajuster localement le modèle d'erreurs, et cela implique des mesures de terrain. *Critères : connaissance du système de référence planimétrique et altimétrique ;*

– l'intervention humaine est plus ou moins critique selon la qualité (en particulier visuelle) recherchée : recherche de points d'appui, raccords géométriques, raccords radiométriques, traitement des immeubles, etc. *Critère : qualifications, entraînement et soin de l'opérateur.*

Il convient finalement de mettre en garde les usagers contre le fait que des logiciels grand public de plus en plus nombreux proposent des fonctionnalités de déformation géométrique d'image qui peuvent ressembler à de la rectification d'image. Ceci est dû à l'explosion du marché de la photographie numérique (« warping », « morphing », etc.). Comme nous l'avons vu précédemment, ces traitements qui ignorent complètement l'origine géométrique du problème traité ne peuvent fournir que des résultats médiocres. À l'heure où une orthorectification rigoureuse est en train de devenir quasi-entièrement automatique et donc financièrement indolore, nous ne pouvons qu'inciter la clientèle à prendre garde à de tels produits.

### **3.7.6. Conclusion**

Le client s'adapte parfois trop facilement aux limites des produits disponibles faute d'une culture suffisante en information géographique. Une clarification de la nomenclature de produits et des concepts sous-jacents est absolument nécessaire si l'on veut accompagner l'expansion de ce marché, qui doit se faire sur des bases plus saines. Par ailleurs une certaine « démocratisation » des images orthorectifiées apparaît indiscutablement aujourd'hui.

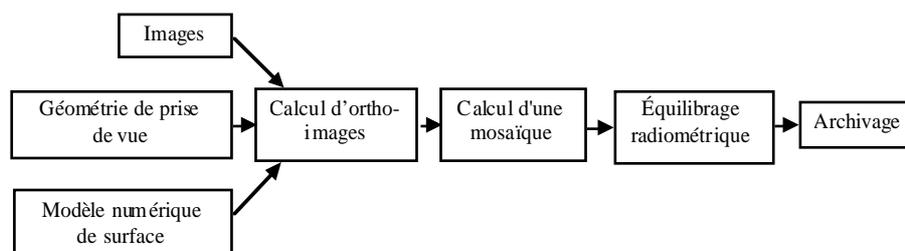
Si les prestataires de service en cette matière ne viennent pas de notre environnement technique, et n'ont pas une culture suffisante en matière

d'information géographique (en particulier en photogrammétrie), il y a fort à parier que les produits disponibles présenteront pour longtemps un niveau de qualité très inférieur à ce qui est possible, ceci en toute bonne foi de la part du prestataire, et pour le même prix qu'un traitement rigoureux...

### 3.8. Fabrication pratique des orthophotographies numériques<sup>12</sup>

#### 3.8.1. Introduction

En théorie, une ligne de production d'ortho-images peut se décomposer en quelques modules très simples. Elle utilise, en entrée des images, une géométrie de prise de vues et un Modèle Numérique de Surface. À partir de ces données, on construit des ortho-images couvrant l'ensemble de la zone. On calcule une mosaïque, on effectue une égalisation radiométrique et on archive les résultats.



**Figure 3.79.** Chaîne d'orthophotographie

Les images peuvent provenir de nombreuses sources. Généralement, on utilise des clichés argentiques scannés très précisément (pixel de 21 à 28 microns). Leur principal inconvénient est leur manque de cohérence radiométrique, qui crée des problèmes lors du calcul de mosaïques d'ortho-images. Ces images ont généralement des tailles très importantes (typiquement de l'ordre de 300 Mo pour des images en couleur), ce qui impose des moyens informatiques relativement importants pour leur manipulation. Quand la ligne de production doit prévoir des scanners professionnels, le matériel informatique associé doit être évalué avec soin.

Mais de nouveaux types de données sont en train d'apparaître : images issues de caméras numériques, de capteurs DTC linéaires aériens et images satellitaires haute résolution. Ces données présentent l'avantage d'être très cohérentes entre elles, ce qui simplifie nettement les processus de calcul de

12. Cette section a été rédigée par Didier BOLDO.

mosaïques. Or ces processus peuvent représenter une partie importante du calcul de l'ortho-image, notamment au point de vue du temps opérateur.

Ces images possèdent une géométrie, issue d'une aéro ou d'une spatiotriangulation. Ces calculs permettent de déterminer la direction de prise de vues associée à chaque pixel de chaque image. Ces calculs peuvent être intégrés à la ligne de production. Cela présente l'avantage de pouvoir utiliser des algorithmes afin d'automatiser une partie du travail, tels que la détection de points de liaisons (*cf.* section 2.5.).

Enfin la dernière donnée est le modèle numérique de surface. Dans le cas d'ortho-images classiques, il s'agit d'un modèle numérique de terrain, qui est généralement disponible, en tant que donnée extérieure, dans les pays occidentaux. Mais si on souhaite faire une ortho-image très précise ou une vraie ortho-image, il est nécessaire d'utiliser un modèle plus précis. Ce modèle peut provenir d'un Laser embarqué, de corrélation, ou encore d'une restitution. Si ces modèles sont très précis, ou corrigés, ils peuvent permettre de redresser les bâtiments.

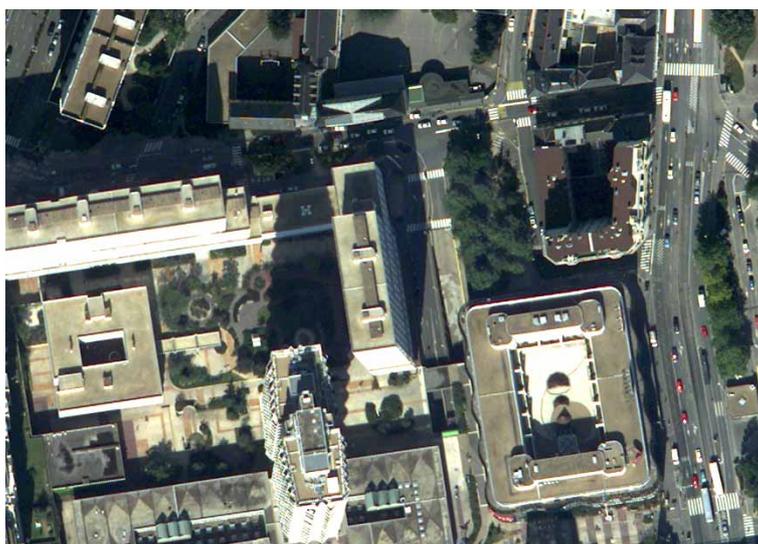
En fait, la fabrication des données nécessaires à l'ortho-image peut être plus ou moins intégrée à la chaîne de production. Ainsi, les aspects de calcul de la géométrie des images (*cf.* section 1.1), de calcul du modèle numérique de surface (*cf.* section 3.2), et les problèmes de cohérence des couleurs sont généralement intégrés dans la chaîne de production.

Les outils automatiques pour le calcul des lignes de raccord et l'égalisation radiométrique sont maintenant disponibles. Ils permettent des gains importants de temps opérateur. L'égalisation radiométrique des images est un problème complexe, difficile à modéliser, en particulier pour les clichés scannés. Les problèmes de couleurs sont dus aux mouvements du soleil et aux variations de l'angle visée-soleil. Cela engendre les problèmes de « *hot spot* » (point chaud) et de réflexion spéculaire (reflets). Une même zone a donc des aspects différents suivant l'image choisie.

### **3.8.2. Ligne de raccord**

Le calcul automatique de lignes de raccords sur des images de bonne qualité radiométrique est un problème relativement simple. Plaçons-nous dans la zone de superposition de deux ortho-images. Dans cette zone, chaque point au sol possède deux représentations : une dans chaque ortho-image. La ligne de raccord est simplement un chemin joignant deux bords opposés de cette zone. On veut que cette ligne soit aussi invisible que possible. Pour cela, on va

affecter un coût à chaque point de la zone de recouvrement. Ce coût doit représenter la « visibilité » d'une ligne de raccord si elle passe par ce point. Une mesure peut être la différence entre les valeurs des pixels. Une autre mesure peut être la présence d'un contraste dans les deux images. La ligne de raccord sera alors le chemin de coût minimum. Pour la déterminer, on utilise un algorithme de type A\*, qui est rapide et peu consommateur de mémoire.



**Figure 3.80.** Exemple de raccord automatique entre quatre images numériques (voir aussi cahier couleur)

### 3.8.3. Égalisation radiométrique

Les différences radiométriques entre clichés, surtout clichés scannés, peuvent être très importantes (*cf.* figures 3.81, 3.82 et cahier couleur). Cela peut avoir de nombreuses causes, telles que les bains de développement, le réglage du scanner, les mouvements du soleil... Cela induit des différences entre les images qui peuvent être très gênantes. De plus, ces différences peuvent mettre en échec l'algorithme de calcul de ligne de raccord présenté ci-dessus. Pour les clichés scannés, le problème de la modélisation des différences est très complexe, voire impossible. Les méthodes utilisées sont donc généralement empiriques. Elles possèdent des paramètres qui doivent être réglés manuellement et demandent une certaine expérience.

L'un des problèmes essentiels du point de vue pratique est le volume des données. Ainsi, la couverture régulière (5 ans) du territoire français par une

orthophotographie couleurs de pixel sol 50 cm représente 1 200 Go de données finales. Il faut donc entrer au moins autant de données images, plus les zones de recouvrement et les données annexes. Cela représente facilement 3 To (4 800 CD) de données à faire transiter sur les lignes de production et à archiver tous les ans. Les solutions matérielles et logicielles existent, mais sont relativement lourdes à mettre en œuvre.



**Figure 3.81.** *Images scannées avant égalisation (voir aussi cahier couleur)*



**Figure 3.82.** *Images scannées après égalisation (voir aussi cahier couleur)*

#### **3.8.4. Conclusion**

Une fois les bases du processus d'orthophotographie examinées, nous verrons en section 3.9 comment exécuter la production pratique elle-même. Un point

important sera néanmoins évoqué maintenant : comme mentionné en section 3.7, la production d'orthophotographies est assez différente si nous sommes dans des zones urbaines ou rurales. Dans les régions rurales, l'aspect principal de la qualité viendra du mosaïquage correct (en particulier le problème de « hot-spot »), personne ne s'occupera du mode de représentation des arbres ou des haies. Dans les régions urbaines, la représentation des bâtiments induit déjà cet autre ensemble de difficultés mentionnées (zones cachées, ombres très sombres, etc.). Donc le logiciel à utiliser pour de telles zones est essentiellement différent. Cela doit être pris en considération quand on pense à une chaîne de fabrication.

### 3.9. Problèmes pratiques de production d'orthophotographies<sup>13</sup>

L'orthophotographie est une image numérique *artificielle*. Fabriquée de toutes pièces par un ordinateur, elle va chercher automatiquement dans les photographies des informations de radiométrie et emprunte à la carte, de façon automatique, son carroyage, ses amorces et parfois la surcharge d'un itinéraire.

Elle n'est ni la photo ni la carte, et le client la veut tour à tour belle comme la photo et précise comme la carte. Cette ambiguïté peut poser certains problèmes au producteur d'orthophotos. On a l'habitude de dire que la taille des données est un problème majeur. L'avènement des réseaux rapides et des supports à très haute capacité s'allie à la puissance croissante des machines du commerce pour rendre cette affirmation de moins en moins vraie. Puisque la production est totalement informatisée, il est légitime de la vouloir complètement automatique et on y réussit relativement bien la plupart du temps, lorsque la prise de vues est bonne, le paysage simple, les données d'appui sur le terrain de bonne qualité. On pourra remarquer que ces conditions sont souvent réunies, en particulier sur les jeux de données qui sont utilisés pour les démonstrations des logiciels.

Dans un univers de production de masse, les conditions sont parfois très différentes et les problèmes surviennent rapidement lorsque malgré la puissance de nos machines, les données ne permettent pas, par leur nature, d'associer de manière automatique à la fois la qualité esthétique de la photo et la précision de la carte.

C'est lorsqu'il se compte en volumes financiers importants que le volume des données manipulées devient sensible pour le producteur.

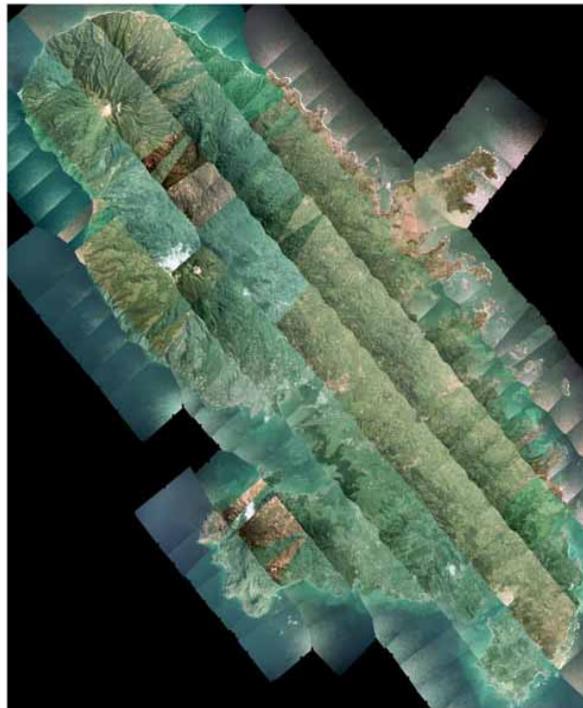
---

13. Cette section a été rédigée par Didier MOISSET.



**Figure 3.83.** Exemple tiré d'un chantier réel (prise de vues aériennes avec caméra numérique de l'IGN) (voir aussi cahier couleur)

### 3.9.1. L'homogénéité des radiométries



**Figure 3.84.** Exemple tiré d'un chantier réel (voir aussi cahier couleur)

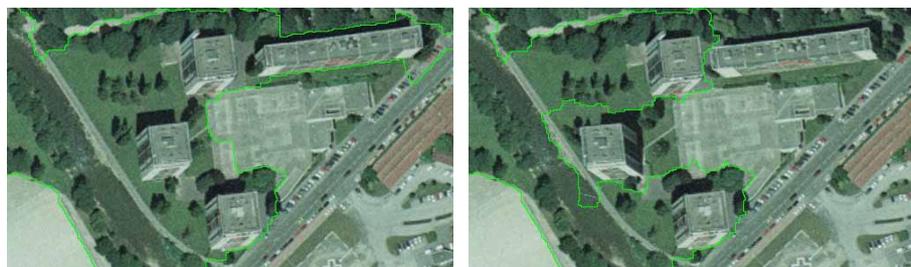
Imaginons (sur l'exemple qui suit) une chaîne de production automatique qui mettrait en évidence seulement au moment du mosaïquage le fait que la nature des images numériques issues du scanner ne permet en aucun cas d'effectuer une égalisation radiométrique correcte (*cf.* figure 3.84 et cahier couleur).

Cet exemple tiré d'une production réelle est une caricature qui nous montre l'importance d'une procédure efficace de validation des opérations de scannage pour la chaîne de production. Le remplacement d'une bobine de film au cours de la mission de prise de vues, la modification des bains utilisés pour les développements ou bien un problème dans la calibration du scanner sont autant de facteurs qui peuvent survenir et générer localement pour la mosaïque, des défauts aussi gênants que ceux constatés ici.

Ces problèmes n'existent plus bien sûr dès lors qu'on parle caméra numérique mais gardons à l'esprit que lorsqu'une mission s'étale dans le temps, la modification du paysage peut devenir sensible, voire insupportable pour la mosaïque.

### 3.9.2. *L'interprétation des dévers du sursol*

Par sa nature, l'orthophoto, même lorsqu'elle est de grande qualité, est capable de nous rappeler qu'elle n'est pas une photo et parfois le choix dans la position du raccord revêt une importance capitale pour l'esthétique de la mosaïque :



**Figure 3.85.** Exemple tiré d'une production réelle (région de Dijon)  
(voir aussi cahier couleur)

Le producteur doit empêcher ce genre de fantaisie et utiliser les possibilités de modification du calcul automatique de la ligne de raccord en imposant des points de passage si son outil possède cette fonctionnalité. Dans le cas contraire, il devra modifier le raccord manuellement en lui faisant suivre des lignes caractéristiques du paysage.

Cet exemple est également caricatural, mais on imagine sans peine le problème pour le producteur d'orthophoto qui doit définir et évaluer le niveau de finesse qu'il lui faut accorder à la vérification et à la modification éventuelle des raccords. C'est une phase interactive donc onéreuse qui va conditionner la qualité du résultat final.

### 3.9.3. Étirement des pixels

Une autre difficulté que l'on rencontre fréquemment sur des paysages à forts reliefs : quand le faisceau de la photogrammétrie est tangent au MNT, un déplacement sur le MNT ne génère pas de déplacement sur le cliché. Le cliché fournira donc la même radiométrie pour une succession de pixels de l'orthophoto. On dit que le pixel est *étiré*.

Dans ce cas, qui n'est pas rare, le choix du cliché qui fournira la radiométrie (donc la position du raccord) est déterminant pour la qualité du résultat mosaïqué.



**Figure 3.86.** Exemple tiré d'une production réelle (département de l'Ariège)  
(voir aussi cahier couleur)

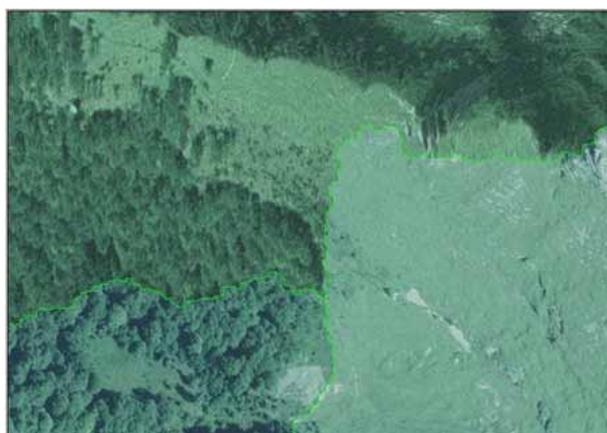


**Figure 3.87.** Étirement de pixels (voir aussi cahier couleur)

### 3.9.4. Difficultés liées au type de paysage

Certains paysages créent des problèmes difficiles à résoudre. Ci-après deux exemples de paysages dont l'aspect diffère beaucoup en fonction du point de vue sous lequel on les regarde.

Parfois, le raccord est difficile à masquer alors qu'il n'y a pas d'alternative. C'est le cas dans les paysages à forts reliefs où l'aspect de la végétation va dépendre beaucoup de l'angle sous lequel on le regarde (cf. figure 3.88 et cahier couleur). C'est aussi le cas des réflexions spéculaires bien connues des traiteurs d'images (cf. figure 3.89 et cahier couleur).



**Figure 3.88.** Exemple tiré d'une production réelle (département de l'Ariège)  
(voir aussi cahier couleur)



**Figure 3.89.** Exemple tiré d'une production réelle (voir aussi cahier couleur)

### 3.9.5. Difficultés liées à la géométrie



**Figure 3.90.** Deux exemples tirés d'une production réelle (département de l'Isère) (voir aussi cahier couleur)

Sur les exemples de la figure 3.90, l'homogénéisation radiométrique (qui est acceptable) va occulter pour un œil non averti un grave défaut de géométrie. Il est clair dans ce cas que le MNT et le résultat de l'aérotriangulation qui ont tous deux servi à élaborer l'orthophotographie ne sont pas en accord.

Lorsque ce constat ne se fait qu'à l'examen de la mosaïque (qui est le produit final), on comprend aisément les conséquences pour le producteur qui doit remettre en cause toute sa chaîne à commencer par l'équipement d'appui de l'aérotriangulation, ainsi que la nature des difficultés que va rencontrer celui qui, à ce stade, doit évaluer le montant des travaux à reprendre.

Mais quand tout va bien :



**Figure 3.91.** Deux exemples tirés d'une production réelle (prise de vues aériennes caméra numérique) (voir aussi cahier couleur)

Ces exemples permettent de conclure sur une note positive. Lorsque géométrie et radiométrie sont en harmonie, et en particulier quand la radiométrie est très précise (cas des prises de vues numériques), la mosaïque supporte très bien que le trait de raccord soit visible pour rappeler que l'orthophotographie n'est pas issue d'une seule et même photo.

Par ces exemples, on peut comprendre l'importance qu'accordera le producteur d'orthophotographies à toutes les opérations de validation des différentes étapes du processus.

Parce qu'elle fait appel à un ensemble de techniques pointues touchant à la fois à la photogrammétrie, à l'élaboration des modèles numériques de terrain et au traitement des images numériques, la réalisation rigoureuse d'une orthophotographie n'est pas une chose simple même si elle présente le grand intérêt de pouvoir être automatisée.